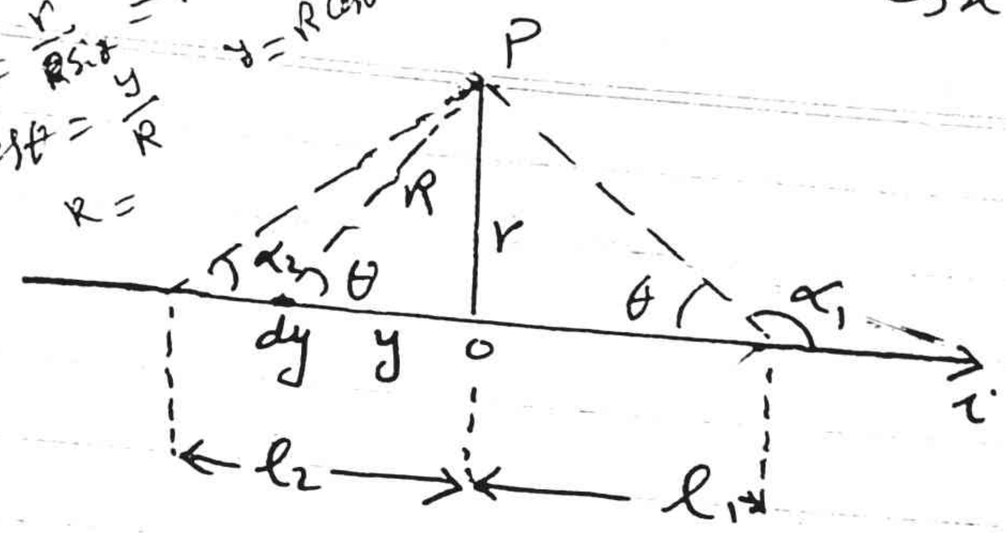
$\frac{r}{R} = \sin\theta$

$R = \frac{r}{\sin\theta} = r\csc\theta$

$y = R\cot\theta = \frac{r\cos\theta}{\sin\theta} = r\cot\theta$

$R =$

$\cos\theta = \frac{y}{R}$



$\alpha_1 = \pi - \theta$ (2)

$\cos\alpha_1 = \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$

حيث، الخطوط للملف مستقيم

$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dy \sin\theta}{R^2}$

المتغيرات = y / θ / R بدلالة واحد

$R = r\csc\theta \quad y = -r\cot\theta \quad dy = r\csc^2\theta\, d\theta \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \times \frac{r\csc^2\theta\, d\theta}{(r\csc\theta)^2} \sin\theta$

$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$\cos\alpha_2 = \frac{L_2}{(L_2^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}$

$\cos\alpha_1 = -\frac{L_1}{(L_1^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}$

اذا كان السلك طويل جداً او اذا كان البعد r صغير جداً بالنسبة لطول السلك عندذلك

تقترب من α_1	π	$\cos\pi = -1$
تقترب من α_2	صفر	$\cos 0 = 1$

$\therefore B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

مثال:

ab سلك مستقيم طوله 1.6m يسري فيه تيار كهربائي شدته 5amp بالاتجاه $\overrightarrow{ab}$ حدد B في نقطة P التي تبعد عن السلك مسافة 60cm عندما تكون P واقعة في ⓐ على العمود المقام من الطرف a ⓑ على العمود المقام من المنتصف للسلك ⓒ واقعة على العمود المقام من الطرف a وتبعد a مسافة 40cm عن امتداد ab.

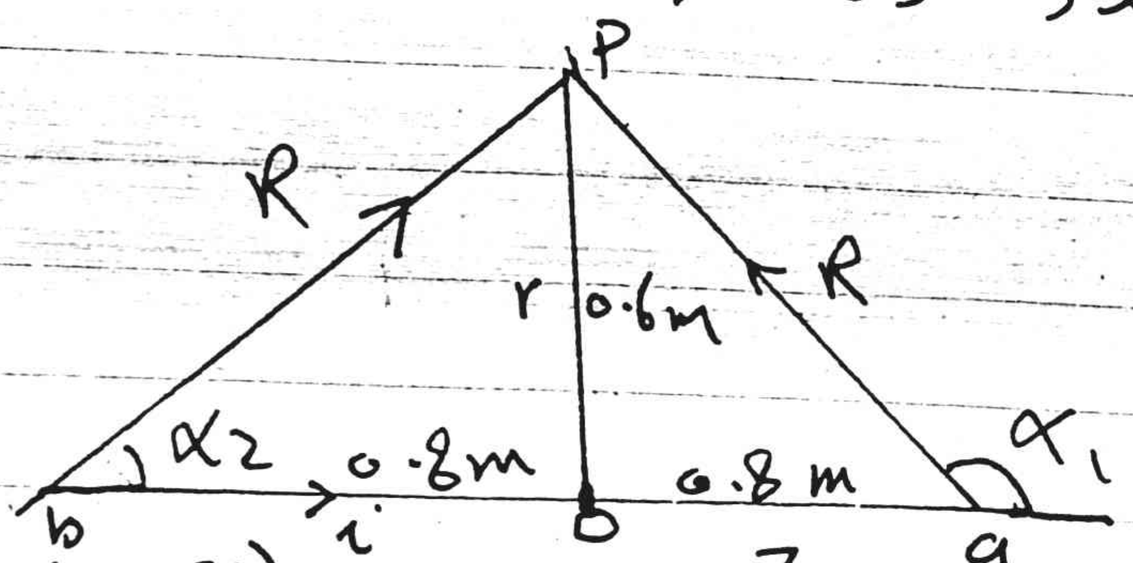
$R = \sqrt{(.8)^2 + (.6)^2} = 1\,m$

$\cos\alpha_1 = -0.8$

$\cos\alpha_2 = 0.8$

$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{4\pi \times 0.6} (0.8 - (-0.8)) = 13.3 \times 10^{-7}\, T = 1.33\, \mu T$



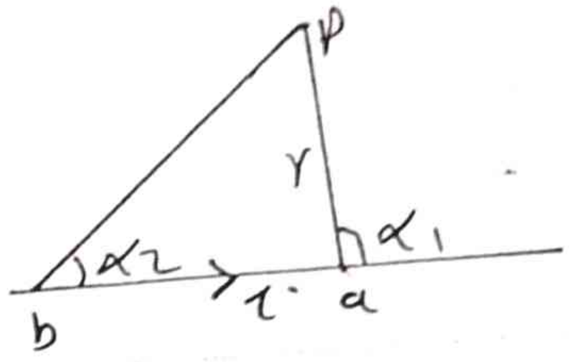
و B عمودية نحو الخارج

(2)

$\cos 90 = 0$

$\cos\alpha_1 = 0$

$$\cos\alpha_2 = \frac{160}{\sqrt{(160)^2 + (60)^2}} = 0.935$$

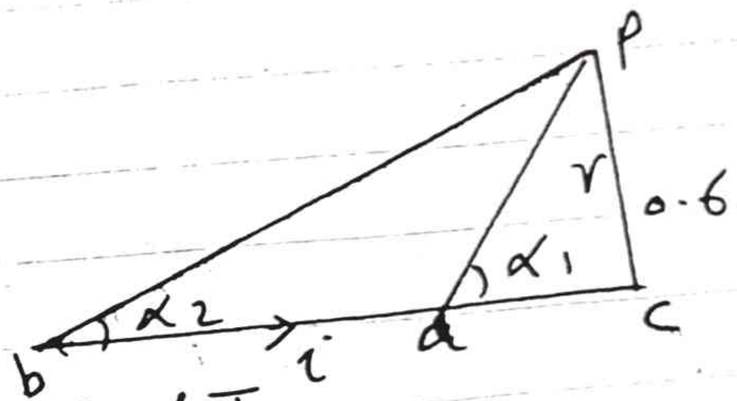


$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{4\pi \times 0.6} \times 0.935 = 0.78\ \mu T$$

(3)

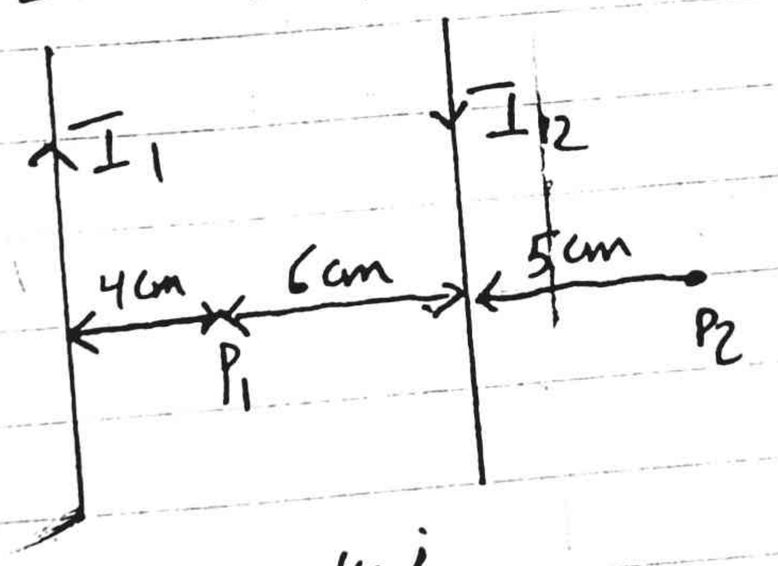
$$\cos\alpha_1 = \frac{0.4}{\sqrt{(0.4)^2 + (0.6)^2}} = 0.55$$

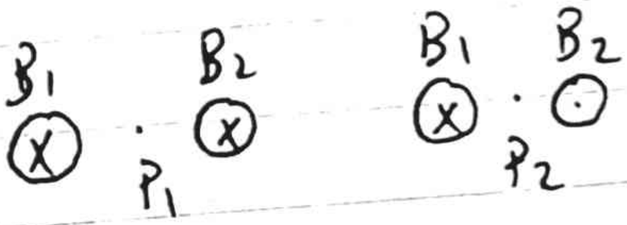
$$\cos\alpha_2 = \frac{2}{\sqrt{(0.6)^2 + 2^2}} = 0.96$$



$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{4\pi \times 0.6} (0.96 - 0.55) = 0.34\ \mu T$$

مثال:- سلكان مستقيمان طويلان متوازيان، المسافة بينهما 10cm يمر خلال السلك الأول تيار شدته 4 amp وخلال الثاني 3 amp وبفرض اتجاه التيار الأول هو اتجاه الخارج من الصفحة، احسب المجال المغناطيسي في كل من P_1، P_2.





المجال المغناطيسي حول سلكين طويلين حيث:

أ) B في نقطة P_1

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$B_1 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 4}{2\pi (0.04)} = 2 \times 10^{-5}\ T$$

عمودي على الصفحة لورقة وخارج بعيدا عن القارئ

$$B_2 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2\pi (0.06)} = 1 \times 10^{-5}\ T$$

نفس اتجاه B_1

$\therefore$ المحصلة عمودية على الصفحة لورقة بعيدا عن القارئ $= 3 \times 10^{-5}\ T$

$$B_1 = \frac{4\pi\times10^{-7}\times1}{2\pi\times0.05} = 5.3\times10^{-6}\ T$$

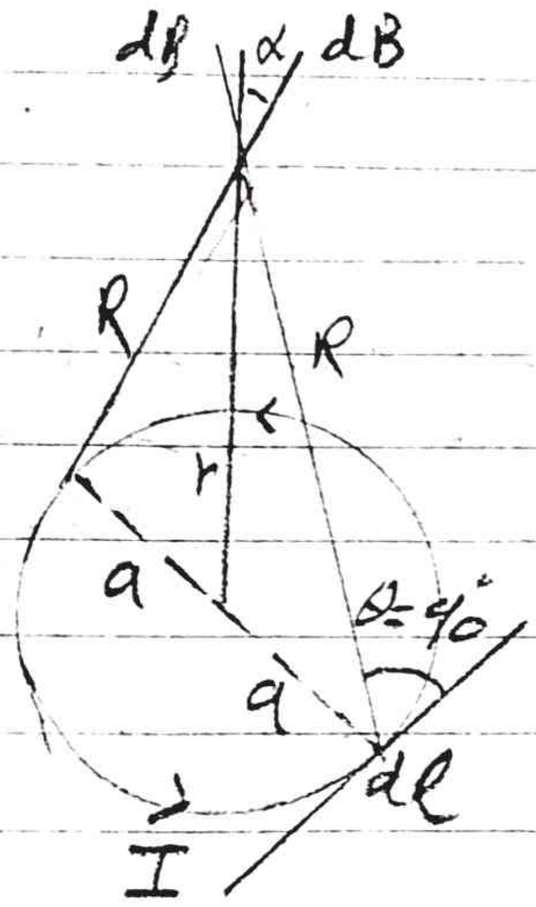
$$B_2 = \frac{4\pi\times10^{-7}\times3}{2\pi\times0.05} = 12\times10^{-6}\ T$$

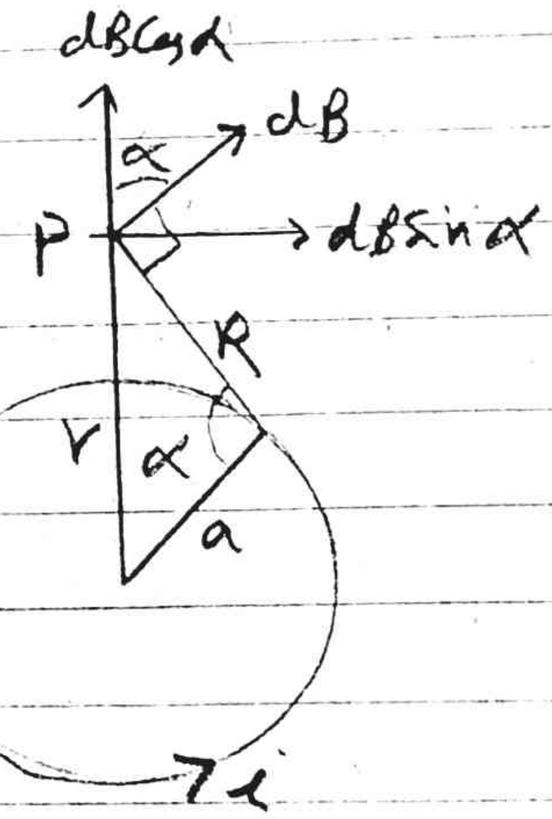
$\therefore\ B = B_1 + B_2$

$= -5.3\times10^{-6} + 12\times10^{-6} = 6.7\times10^{-6}\ T$

وباتجاه عمودي على الورقة ومتجه نحو القارئ.

ايجاد B في نقطة واقعة على محور سلك دائري





$$dB = \frac{\mu_0 i\,dl}{4\pi R^2}\sin\theta \qquad \theta = 90^\circ \text{ always}$$

$$= \frac{\mu_0 i\,dl}{4\pi R^2}$$

خلال dB لكل مركبتين احدهما باتجاه Z $dB_Z = dB\cos\alpha$ وباتجاه عمودي على Z $dB\sin\alpha$. لاحظ ان زاوية α متساوية لجميع اجزاء السلك فعليه فان المركبات dB_Z لجميع اجزاء السلك متوازية ومتشابهة باتجاه واحد وللحصول على محصلة B_Z

$$B_Z = \int dB_Z = \int dB\cos\alpha = \int \frac{\mu_0 i\,dl}{4\pi R^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\cos\alpha \int dl$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}(\cos\alpha)2\pi a = \frac{\mu_0 i a\cos\alpha}{2R^2}$$

$$R = (a^2+r^2)^{\frac{1}{2}} \qquad R^2 = (a^2+r^2)$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{R} = \frac{a}{(a^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+r^2)^{3/2}}$$

المركبات $dB\sin\alpha$ لاجزاء الملف تقع جميعاً في مستوٍ واحد عمودي على اتجاه r ، لانها تشكل بزاوية مختلفة . ومجموع كل مركبتين تقعان على طرفي قطر واحد تقعان على خط مستقيم واحد وتتجهان باتجاهين متعاكسين متساويين فيعدمان

∴ $$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+r^2)^{3/2}}$$

الاصابع باتجاه التيار والابهام باتجاه الحجال

اذا كان لدينا ملف دائري تألف من N من اللفات المتماثلة

$$B = \frac{N\mu_0 i a^2}{2(a^2+r^2)^{3/2}}$$

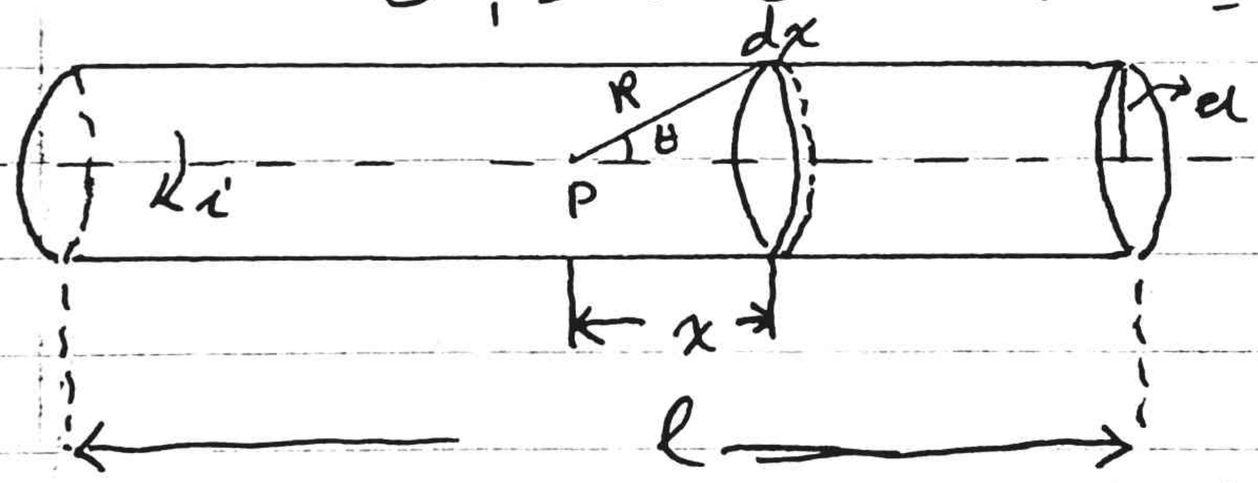
اذا كانت P واقعة في مركز الملف $r=0$

$$B = \frac{N\mu_0 i}{2a}$$

ايجاد B في نقطة واقعة على محور ملف اسطواني — Selenoid

ملف اسطواني طوله l نصف قطره a عدد لفاته N يمر فيه N تيار كهربائي شدته i بالاتجاه المبين . P نقطة تقع على محور الملف

عدد لفات وحدة الطول $n = \frac{N}{l}$



نأخذ في الملف طولاً مقداره dx . عدد لفاته التي تمر في هذا الطول ndx

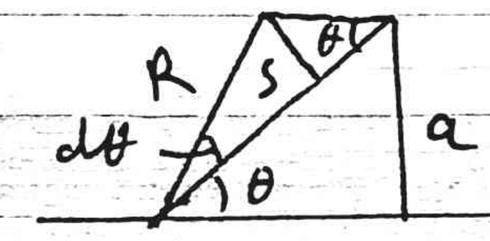
في P تولد B :

$$dB = \frac{(ndx)\mu_0 i a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$s = R d\theta = dx\sin\theta$$

$$dx = \frac{R d\theta}{\sin\theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i n a^2}{2R^3} \times \frac{R d\theta}{\sin\theta} = \frac{\mu_0 i n}{2}\left(\frac{a^2}{R^2}\right)\frac{d\theta}{\sin\theta}$$



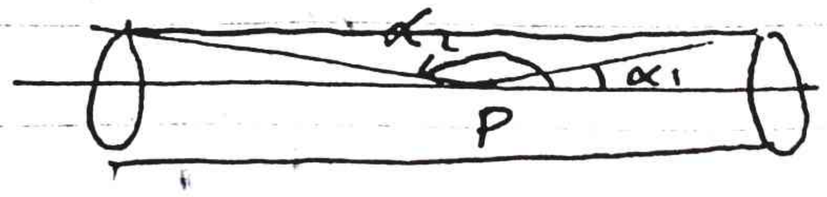
الزاوية θ مقاسة بالنسبة لنصف قطر

$$= \frac{\mu_0 i n}{2} \times \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta} d\theta = \frac{\mu_0 i n}{2}\sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 i n}{2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 i n}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$\alpha_1 \leftarrow$ من

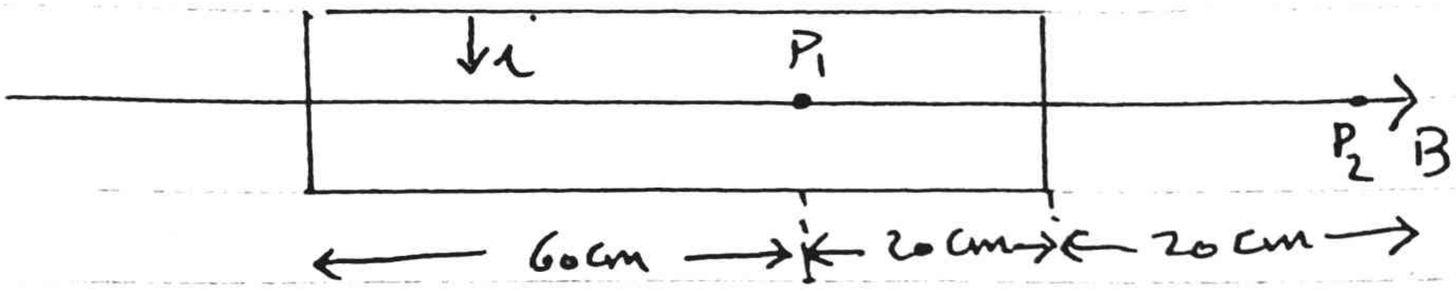
$\alpha_2 \leftarrow \pi$

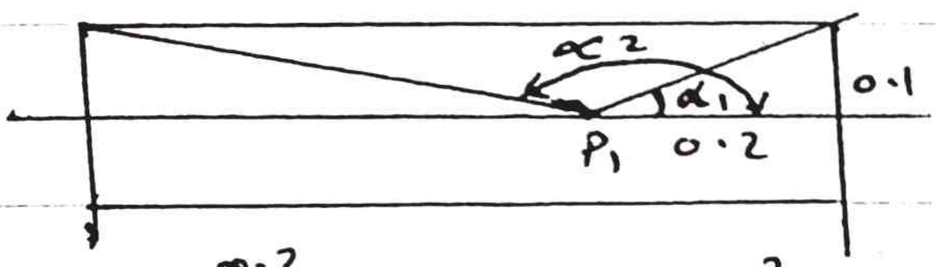


$\mu_0 i n$ = 1 , 17 ...

مثال :-

ملف اسطواني نصف قطره 10 cm وطوله 80 cm متألف من 1200 لفة يمر فيه تيار شدته 5 amp جد P في كل من النقطتين P_1 ، P_2 .





$$\cos\alpha_1 = \frac{0.2}{\sqrt{(0.1)^2+(0.2)^2}} = \frac{0.2}{\sqrt{0.05}} \qquad \cos\alpha_2 = \frac{0.6}{\sqrt{(0.6)^2+(0.1)^2}} = \frac{0.6}{\sqrt{0.37}}$$

$$n = \frac{1200}{0.8} = 1500 \ \text{turn/m}$$

$$B = \frac{\mu_0 in}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = \frac{4\pi\times10^{-7}\times5\times1500}{2}\left[\frac{0.2}{\sqrt{0.05}} - \left(-\frac{6}{\sqrt{37}}\right)\right]$$

$$= 88.36\times10^{-4}\,T = 8836\,mT$$

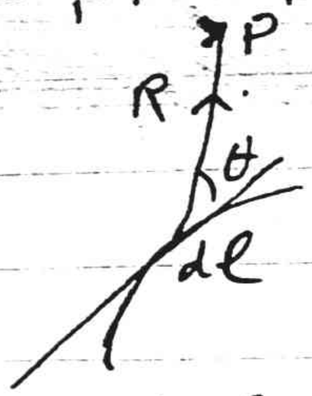
P_2 للنقطة

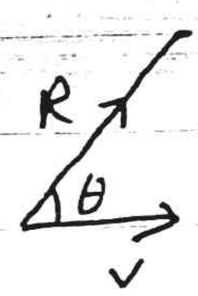
$$\cos\alpha_1 = -\frac{0.2}{\sqrt{0.05}} \qquad \cos\alpha_2 = -\frac{1}{\sqrt{1^2+(0.1)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1.01}}$$

$$B = \frac{4\pi\times10^{-7}}{2}\times5\times1500\left[-\frac{2}{\sqrt{0.05}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{1.01}}\right)\right] = 4.94\times10^{-4}\,T = 0.494\,mT$$

الحث المغناطيسي لشحنة كهربائية متحركة

الشحنة الكهربائية المتحركة تكون مجال مغناطيسي و الحث المغناطيسي الناشئ عن شحنة متحركة في نقطة ما يتوقف على نوع الوسط ، مقدار الشحنة الكهربائية ، سرعة الشحنة ، بعد النقطة عن الشحنة وموقعها





$$dB = \frac{\mu_0 i dl \sin\theta}{4\pi R^2} \qquad i = nevA$$

$$B = \frac{\mu_0 q v \sin\theta}{4\pi R^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{R^2} (\vec{v} \times \hat{R})$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 q_1 v_1 \sin\theta}{4\pi R^2}$$

$$F_2 = q_2 v_2 B_1 \sin\gamma$$

$$F_2 = q_2 v_2 \left(\frac{\mu_0 q_1 v_1 \sin\theta}{4\pi R^2} \right) \sin\gamma$$

$$\therefore F = \frac{\mu_0 q_1 q_2 v_1 v_2}{4\pi R^2} \sin\theta \sin\gamma$$

مثال:- شحنة نقطية مقدارها 8×10^{-12} تتحرك بسرعة مقدارها 2×10^{5} m/sec نحو الشرق
ما مقدار B ① في نقطة تقع 30° شمال الشرق، وتبعد عنها 2m ②
نقطة تقع شرقها، وتبعد 40cm ③ جنوب الشحنة وتبعد 3m

① تؤثر بزاوية مع اتجاه حركة الشحنة

$$B = \frac{\mu_0 Q V}{4\pi R^2}\sin\theta = \frac{4\pi\times10^{-7}\times8\times10^{-12}\times2\times10^{5}}{4\pi\times(2)^2}\times\frac{1}{2}$$

$$= 2\times10^{-14}\ T$$

② على امتداد حركة الشحنة $\theta=0$ $\sin\theta=0$

$$\therefore B = 0$$

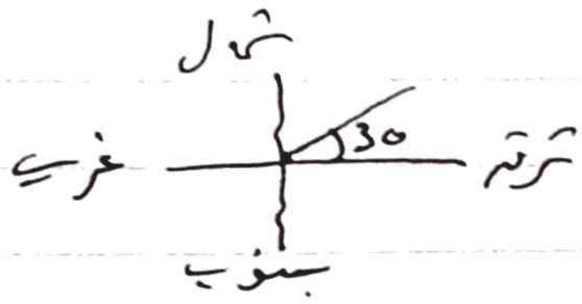
③ $\theta=90^\circ$

بزاوية مع اتجاه الحركة

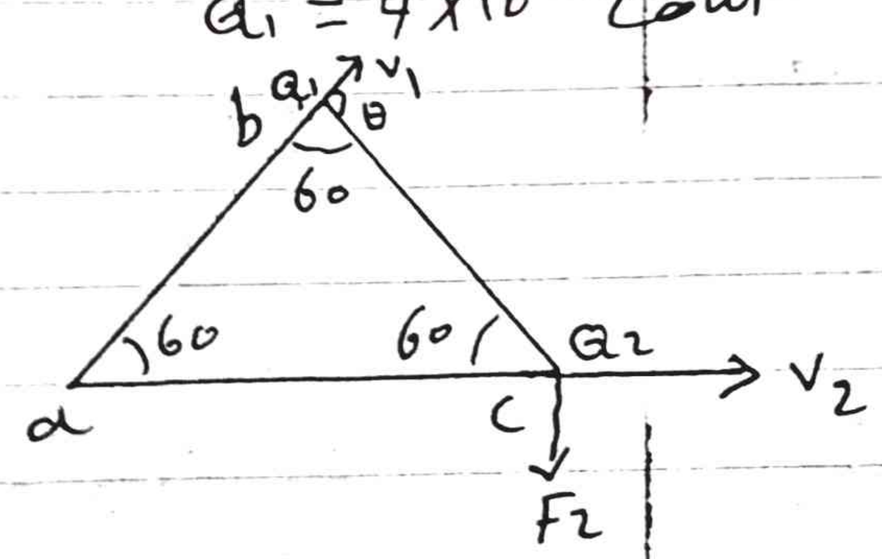
لنفس المسافة R و V

الاتجاه B

$$B = \frac{4\pi\times10^{-7}\times8\times10^{-12}\times2\times10^{5}}{4\pi(0.4)^2}\times1$$



مثال:- شحنتان Q_1 و Q_2 بعدهما عن بعض 50cm موضوعتان في الهواء، انطلقت Q_1 بسرعة $2\times10^{5}\ \frac{m}{sec}$ وتتجه نحو Q_2 عندما مرت Q_1 بالنقطة b كانت Q_2 ساكنة في النقطة a بحيث $\overline{ab}$ يشكل زاوية قياسها 60° مع $\overline{ac}$ حيث c نقطة على استقامة $\overline{ab}$ وبين Q_2 و c، وعندما مرت Q_1 بالنقطة b كانت Q_2 تتحرك بسرعة مقدارها $3\times10^{5}\ \frac{m}{sec}$ وتتجه نحو c على استقامة $\overline{ac}$ جد مقدار القوة بين الشحنتين عندما تكون Q_1 في النقطة b إذا علمت أن $Q_1 = 4\times10^{-8}$ Coul ، $Q_2 = -6\times10^{-8}$ Coul



$\theta = 120^\circ$ بالنسبة لـ Q_1

بما أن الشحنة Q_1 في النقطة b تؤثر بقوة B_1 الناتجة عن الشحنة Q_1 في النقطة c

بصورة عمودية على الجزء المتبقي من القارئ

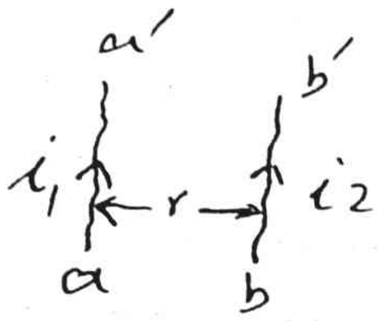
لذا $\gamma = 90^\circ$

$$F = \frac{\mu_0 Q_1 Q_2 V_1 V_2}{4\pi R^2}\sin\theta\sin\gamma = \frac{4\pi\times10^{-7}\times4\times10^{-8}\times6\times10^{-8}\times2\times10^{5}\times3\times10^{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1}{4\pi(0.5)^2}$$

$$= 288\sqrt{3}\times10^{-13}\ nt$$

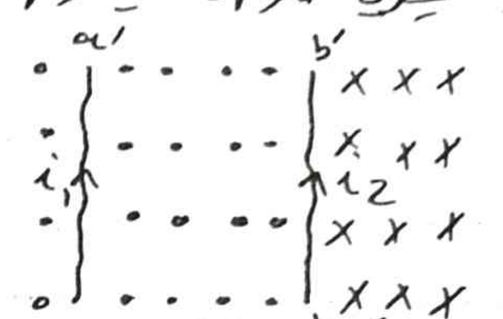
القوه بين سلكين مستقيمين متوازيين طويلين يمر في كل منها تيار كهربائي

اي موصلين او اكثر يمر خلالهما تيار فهنا لا قوه مغناطيسيه بينهما



a a' فقط ولا نرسم المجال للسلك b b'

المجال المغناطيسي للسلك a a' نحو السلك b b'



المجال المغناطيسي للسلك b b' نحو السلك a a'

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

٢. الحث المغناطيسي لسلك مستقيم طويل في نقطه على بعد r من السلك bb' واقع في مجال مغناطيسي منتظم مقداره $\frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$ يؤثر بصوره عموديه على السلك.

القوه المؤثره على طول مقداره l من السلك bb'

$$F = iBl\sin\theta$$
$$= i_2 B_1 l \qquad \theta = 90^\circ$$
$$= i_2 \left(\frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}\right) l$$

$$F = \frac{f}{l} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$$ القوه على وحده الطول

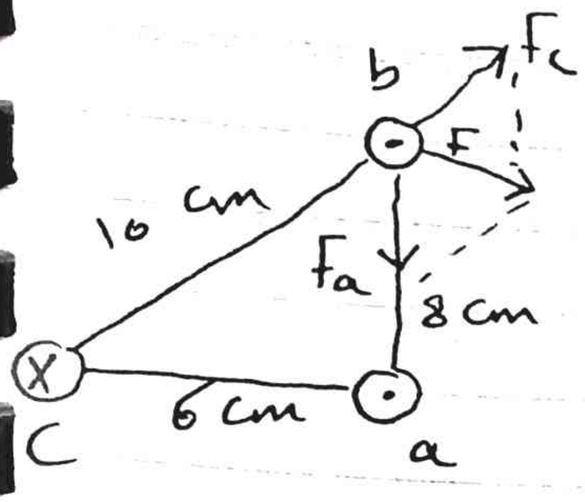
القوه واقعه في مستوى الصفحه ايضاً وتؤثر بصوره عموديه على السلك وتتجه نحو السلك bb' اذا كان التياران i_1 ، i_2 باتجاه واحد يتجاذبان واذا كانا باتجاهين متعاكسين يتنافران.

لو جعلنا شده التيار في كل من السلكين عباره عن امبير واحد وبعد بينهما متر واحد وكانا في الهواء او الفراغ

$$F = \frac{\mu_0 \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} = 2 \times 10^{-7}\ nt$$

∴ الامبير: هو ذلك التيار ثابت الشده لو سرى في كل من سلكين متوازيين طويلين بحيث بينهما متر واحد موجودين في الهواء تولد تنافر لذلك قوه مقدارها $2 \times 10^{-7}\ nt$ على كل متر من السلكين.

مثال:- a, b, c تمثل ثلاثه اسلاك مستقيمه طويله عموديه على طبع الصفحه يمر في السلك a تيار شدته $4\,amp$ وفي b تيار شدته $5\,amp$ بنفس اتجاه التيار في a ويمر خلال السلك c تيار شدته $2\,amp$ بعكس اتجاه التيار في a جد مقدار القوه المؤثره من قبل السلكين (c, a) معاً على $2.5\,m$ من السلك b



القوه على وحده الطول $F = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$

القوه المطبقه من تيل c على متر واحد من b تتنافر $F_c = \frac{\mu_0 \times 2 \times 5}{2\pi \times 0.1} = 2 \times 10^{-5}$ nt

القوه المطبقه من تيل a على متر واحد من تيل b $f_a = \frac{\mu_0 \times 4 \times 5}{2\pi (.08)} = 5 \times 10^{5}$ nt

$F = (F_c^2 + f_a^2 - 2 f_a F_c \cos\theta]^{\frac{1}{2}}$ $\cos\theta = \frac{8}{10} = 0.8$

$= \sqrt{13} \times 10^{-5}$ nt/m

$f = \sqrt{13} \times 10^{-5} \times 2.5$ nt

قانون امبير الدائري Amper's circuital law

هو تعبير للعلاقة بين الحث المغناطيسي والتيار المسبب له ويمثل هذا القانون على ان التكامل الخطي لشده الحث المغناطيسي حول منحني مغلق اي كان شكله وفي اي وسط كان يساوي التيار الكلي المار خلال ذلك المنحني مضروباً في نفاذية ذلك الوسط

$\oint B\,dl\cos\theta = \mu_0 I$ $\vec{B}\cdot d\vec{l}$

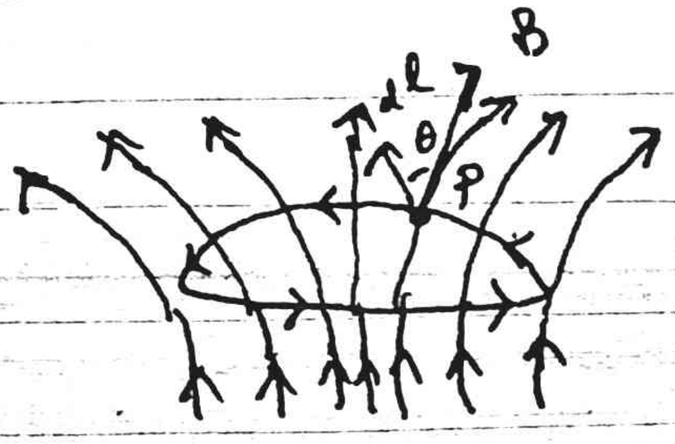
θ الزاويه المحصوره بين المتجهين

I شده التيار الكلي المار خلال المنحني

عند استخدام هذا القانون لايجاد الحث المغناطيسي في نقطه نرسم منحني مغلق مناسب يمر في النقطه ونقسمه الى اجزاء صغيره طول كل منها يساوي dl ثم نجد $B dl\cos\theta$ لكل من تلك الاجزاء فالمجموع يساوي $\mu_0 I$

$B dl\cos\theta = (B\cos\theta)\,dl$

dl مركبه الحث باتجاه $B\cos\theta$



ولهم عند استخدام هذا القانون هو اختيار شكل ورسم المنحني المغلق المناسب.

ايجاد B لسلك مستقيم طويل جداً باستخدام قانون امبير

نفرض ان السلك قائم بصوره عموديه على سطح الصفحه وان O تمثل موضع تقاطع السلك مع الصفحه لتعيين B في نقطه P الواقعه في الصفحه والتي تبعد عمودياً r عن O.
نختار المنحني المغلق على شكل محيط دائره نصف قطرها r ومركزها نقطه O.
جميع نقاط هذا المنحني متناظره بالنسبه للسلك فالحث المغناطيسي في جميع النقاط متساوي من حيث الكم. اما اتجاهه في اي نقطه فهو باتجاه المماس في تلك النقطه.

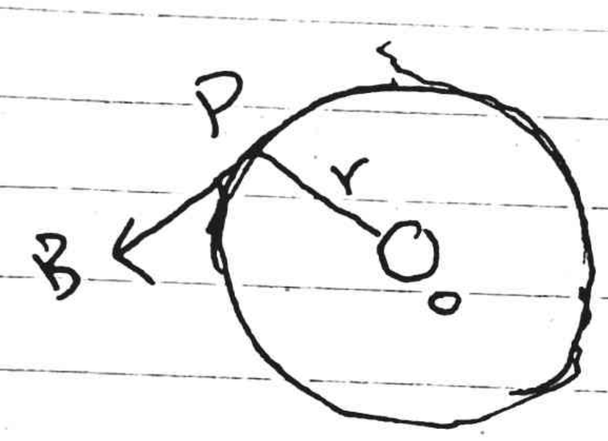
$$\oint B\,dl\cos\theta = \mu_0 I$$

θ الزاويه بين B و dl ، وبما ان كل من B و θ ثابت لجميع اجزاء المنحني المغلق

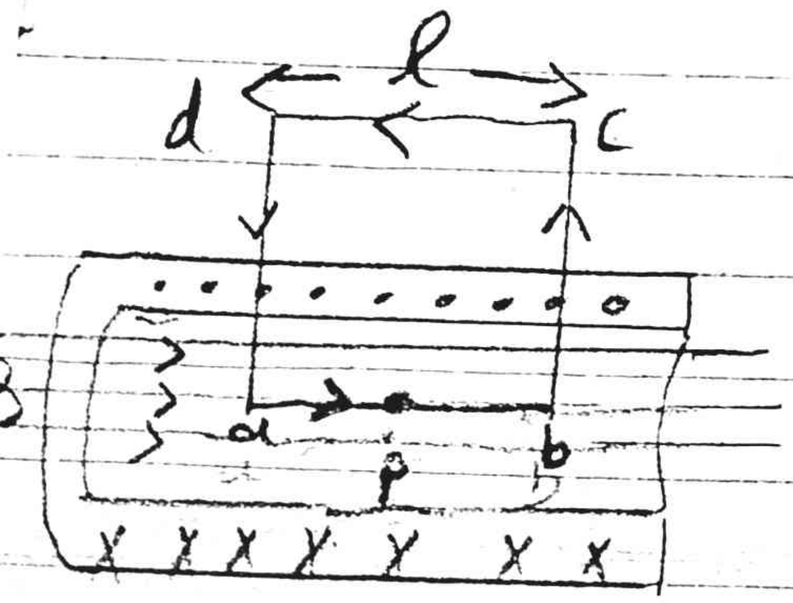
$$B\cos\theta \oint dl = \mu_0 I$$

$$B(1)(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$\therefore \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$ نفس النتيجه السابقه



تعيين B داخل ملف اسطواني طويل جداً Solenoid



بما ان خطوط الحث المغناطيسي هي خطوط مقفله فان خطوط الحث المغناطيسي ستكمل دورتها خارج الملف. فاذا كان الملف طويلاً ستكون خطوط الحث الواقعه خارج الملف بعيده عنه باستثناء المناطق القريبه من طرفيه.
لهذا نجد من المناسب ان يكون المنحني المغلق على شكل مستطيل او مربع احد اضلاعه يوازي محور الملف
المستطيل abcd طوله l ، فقط على الضلع ab و cd تقع خارج الملف
اذا كان طول l = ab وعدد لفات وحده الطول = n
∴ عدد اللفات الواقعه داخل المنحني المغلق (المستطيل) nl

اذا كان عدد لفات الملف في الطول هو i

$\therefore$ مجموع التيار الكهربي المخترقة للمستطيل $I = in\ell$

$$\oint B\,d\ell\cos\theta = \mu_0 I = \mu_0 (in\ell)$$

$$\oint B\,d\ell\cos\theta = \int_a^b B\,d\ell\cos\theta + \int_b^c B\,d\ell\cos\theta + \int_c^d B\,d\ell\cos\theta + \int_d^a B\,d\ell\cos\theta = \mu_0 in\ell$$

$$\int_b^c B\,d\ell\cos\theta = \int_d^a B\,d\ell\cos\theta$$

لان $B=0$ للجزء الواقع خارج المجال

+

ولان $\theta = \frac{\pi}{2}$ للجزء الواقع داخل المجال

$$\int_c^d B\,d\ell\cos\theta = 0 \quad \text{لان } B=0$$

بجميع اجزاء المسار التكامل

فالمتبقي هو التكامل $\int_a^b B\,d\ell\cos\theta$ فقط

$$\oint B\,d\ell\cos\theta = \int_a^b B\,d\ell\cos\theta = \mu_0 in\ell$$

ونظراً لكون جميع نقاط المستقيم ab متناظرة الوضع بالنسبة للملف. فان B لجميع هذه النقاط تكون متساوية، وكذلك الزاوية θ فهي تساوي صفر لجميع اجزاء المستقيم ab

$$\int_a^b B\,d\ell\cos\theta = B\cos\theta \int d\ell = \mu_0 in\ell$$

$$B(1)(\ell) = \mu_0 in\ell$$

$$\therefore B = \mu_0 in$$

تعيين B داخل ملف على شكل حلقة (Toroid)

ملف حلقي عدد لفاته N ، R_1 نصف قطره الداخلي

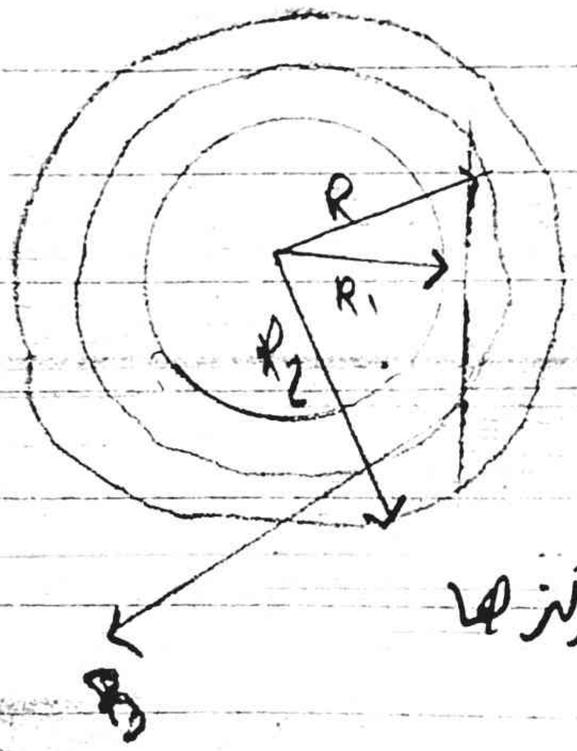
R_2 نصف قطره الخارجي.

تمر بداخله تيار كما هو خلال الملف

P نقطة داخل الملف على بعد R من مركز الملف

المطلوب ايجاد B في النقطة P باستخدام قانون امبير

المنحني المقفل الذي سنختاره لهذا هو محيط دائرة نصف قطرها R ومركزها مركز الملف.



$\oint B\,dl\cos\theta = \mu_0 I = \mu_0 Ni$ $\quad Ni$ التيار الكلي الذي يمثله المحني المغلق

$B(1)(2\pi R) = \mu_0 Ni$

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R} \quad *$$

من المعادلة السابقة نجد أن B تتناسب عكسياً مع نصف القطر R فمقدارها إذن يختلف باختلاف بعد النقطة عن المركز . فالقيمة الصغرى للمقدار B

$$B_{min} = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R_2}$$

والقيمة العظمى

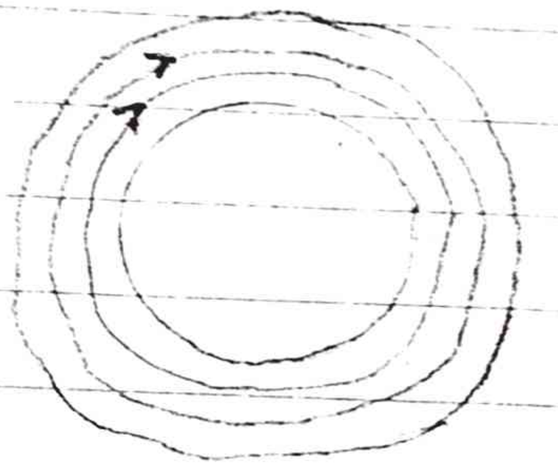
$$B_{max} = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R_1}$$

إذا كان $R_2 < R_1$ الفرق بينهما صغير جداً عندذلك تكون B متساوية في جميع النقاط الواقعة داخل الملف وتعتبر عندئذ بالمعادلة *.

مثال :- ملف حلزوني متقطع أركب على شكل أسطوانة ارتفاعه 3cm نصف القطر الداخلي للملف 18cm وخارجي 22cm وعدد لفاته 2000 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته 4amp شكل عمل متقطعاً للملف عندما يطبق ويظهر في الشكل خطوط المجال واتجاهها.

1- جد B في نقطة تبعد مسافة 20cm عن مركز الملف.

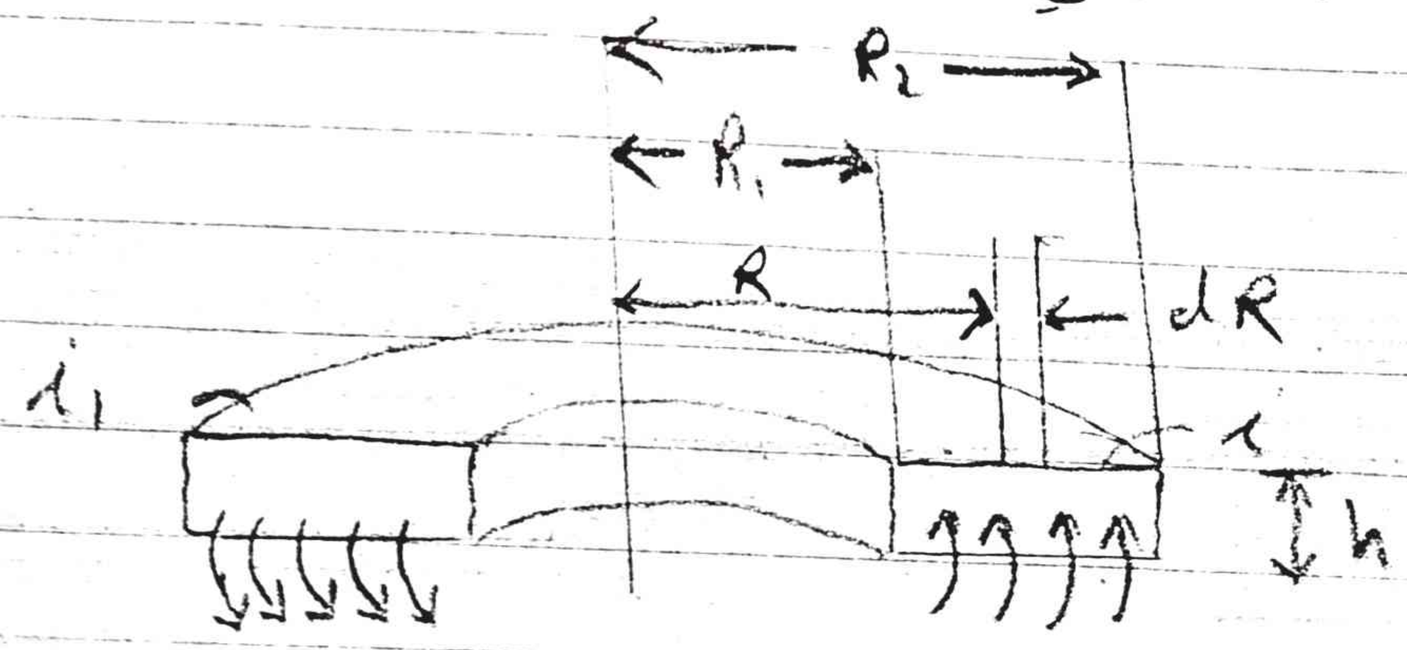
2- جد الفيض المغناطيسي المخترقة للملف.



$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \times 4}{2\pi \times 0.20}$$

$$= 8 \times 10^{-3} T = 8\ mT$$

اما اتجاه B فهو باتجاه المحاس في تلك النقطة



⑤ لما كان مقدار B سيتوقف على البعد R فلإيجاد الفيض المخترق للسطح نقسم ذلك السطح الى مساحات صغيرة كل منها على شكل مستطيل ارتفاعه h وطول قاعدته dR . وباعتبار طول القاعدة dR صغير جداً عندها يكاد ان يكون مقدار B متساوياً في جميع نقاط سطح المستطيل ويؤثر بصورة عمودية عليه وبذا الفيض خلال كل من هذه المستطيلات الصغيرة والمجموع يساوي الفيض المخترق للمقطع

$$dA = h\,dR$$

$$d\Phi = B\,dA\cos\theta = B\,(h\,dR)(1)$$

$$= \frac{\mu_0 N i}{2\pi R}(h\,dR)$$

$$\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 N i h}{2\pi R}\,dR = \frac{\mu_0 N i h}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R}$$

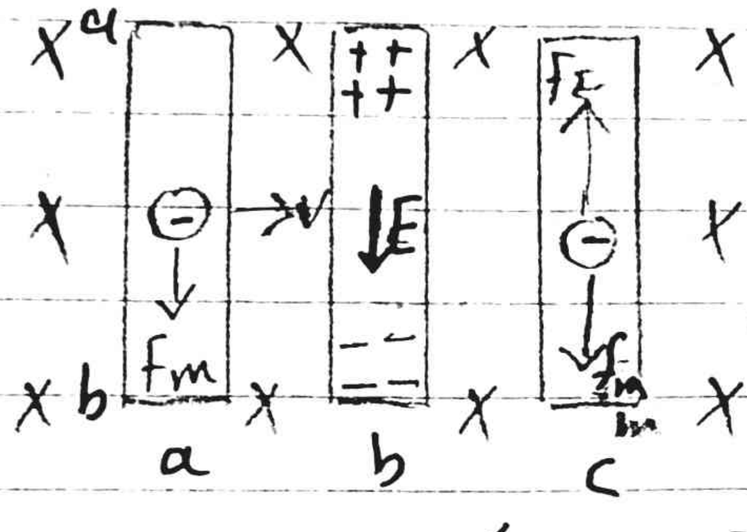
$$= \frac{\mu_0 N i h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times2000\times4\times0.03\ln\frac{22}{18}}{2\pi} = 9.6\times10^{-6}\ w$$

القوه الدافعه الكهربائيه الحثيه الحركيه

نتذكر العلاقه التي اوجدها أورستد بين المجال المغناطيسي والتيار الكهربائي والحظنا ان الشحنات الكهربائيه المتحركه (التيار الكهربائي) تولد مجال مغناطيسي. ثم اعقبه اكتشاف فاراداي عام ١٨٣١ حيث وجد انه بالامكان توليد قوه دافعه كهربائيه وبالتالي تيار كهربائي في موصل متى ما قطع ذلك الموصل خطوط المجال المغناطيسي أو تغير الفيض المغناطيسي المخترقه له.

القوه الدافعه الكهربائيه الحثيه الحركيه motional electromotive force



ab سلك او قضيب من ماده موصله تحرك بسرعه منتظمه v بالاتجاه الموضح في منطقه تحتوي على مجال مغناطيسي عمودي على الصفحه متجهاً عن القارئ. كما ان القضيب من ماده موصله تحتوي على الكترونات حره عند حركته ستتولد على كل شحنه قوه مقدارها كما اوضحنا. $F = q(\vec{v} \times \vec{B}) = evB$

اتجاه القوه سيكون باتجاه الطرف b لان القوه تكون بشكل عمودي على اتجاهي السرعه والمجال المغناطيسي. نتيجه هذه القوه ستحرك الالكترونات باتجاه b وبذلك يزداد تركيز الشحنات الموجبه في الطرف الاعلى من القضيب حركه الشحنات معناها توليد تيار كهربائي.

تراكم الشحنات عند طرفي القضيب سيولد مجال كهربائي غير اجتماعي Non electrostatic field شدته E بالاتجاه $\overrightarrow{ab}$ كما موضح في الحالة b.

هذا المجال المتولد سيؤثر بقوه على كل شحنه مقدارها Ee وتتجه بعكس اتجاه المجال الكهربائي. ∴ الشحنات تقع تحت تأثير قوتين احدهما للاسفل $f_m = evB$ والاخرى للاعلى $F_E = eE$ كما موضح في الحالة c.

باستمرار حركه الموصل يزداد تركيز الشحنات الموجبه والسالبه في طرفي الموصل وبذلك يزداد E شده المجال الكهربائي تبعاً لذلك وبذلك تزداد F_E بينما تبقى القوه المغناطيسيه F_m ثابته طالما يبقى المجال والسرعه بالنسبه للموصل ثابته.

تستمر حركه الالكترونات الى الاسفل وهذا معناه استمرار سريان التيار الكهربائي حتى تتساوى القوتين F_E، F_m ورغم ان هذا التيار قصير لاحد الان اننا وصلنا عليه بطريقه مختلفه.

والآن ما علينا الا ان نجد وسيله لجعل التيار يستمر في فتره اطول وذلك بجعل الموصل ab يتحرك على سكه مقفله من ماده موصله عند ذلك ستكمل الالكترونات دورتها من الطرف b الى الطرف a خلال السكه وبذلك نحصل على تيار مستمر مادام الموصل ab متحركاً خلال المجال

سيتغير عندئذ ذلك الفيض المغناطيسي المخترق للحلقة والتغير هنا نقصان في مقدار الفيض المخترق

$$d\Phi = -(\vec{B}\cdot d\vec{A}) = -B\,dA\cos\theta = -B\,(L v dt)\cos\theta$$

أي

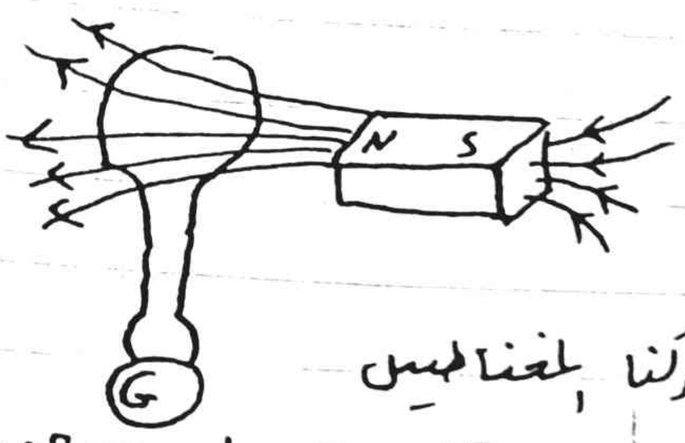
$$d\Phi = -B l v dt$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = -B l v \qquad \text{But} \quad \mathcal{E} = B l v$$

أي

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

لتوليد قوة دافعة كهربائية حسب قانون فاراداي يشترط ان يكون هناك تغير في الفيض المغناطيسي المخترق للحلقة الا ان القانون لا يحدد ولا يشترط الكيفية التي يجب ان يتم بها ذلك التغير.



اذا اذا حركنا الحلقة باتجاه المغناطيس او مبتعدين عنه او حركنا المغناطيس باتجاه الحلقة او مبتعدين عنها او دورنا الحلقة حول محور افقي بمقدار المغناطيس ثابت او ثبتنا الحلقة وحركنا المغناطيس جانبياً او دورناه ففي جميع هذه الحالات ستتولد قوة دافعة كهربائية

B متغير مع الزمن

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta) = -A\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

B ثابت المقدار اما اتجاهه متغير مع الزمن

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta) = -BA\frac{d}{dt}\cos\theta$$

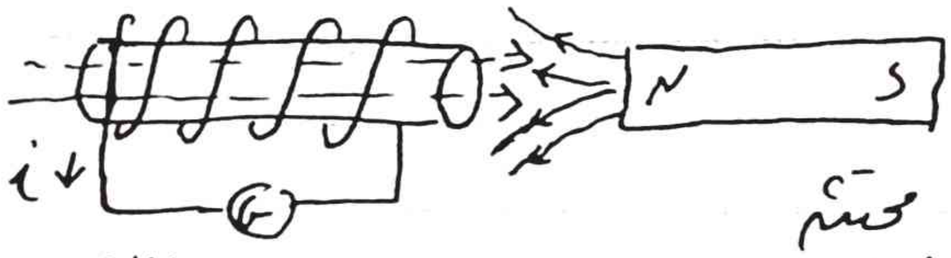
اذا اصبح لدينا الحلقة تحتوي عدد لفاتها N

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

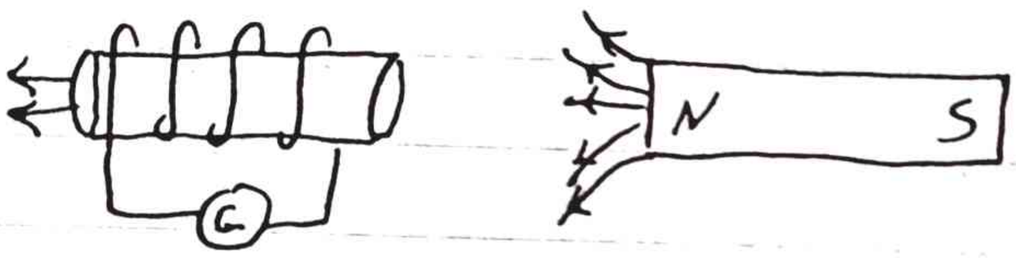
قانون لينز

ونص على ان ((القوة الدافعة الكهربائية المتحثة تتخذ اتجاهاً بحيث تعرقل السبب المنتج لها)) حسب هذه القاعدة فان التيار الكهربائي المتحث سيتخذ اتجاهاً بحيث ان الفيض المغناطيسي الناتج عنه يعرقل التغير في الفيض الذي سبب او انتج التيار المتحث.

مثال:- ملف وقضيب مغناطيسي والمثال فيض مخترقة للملف

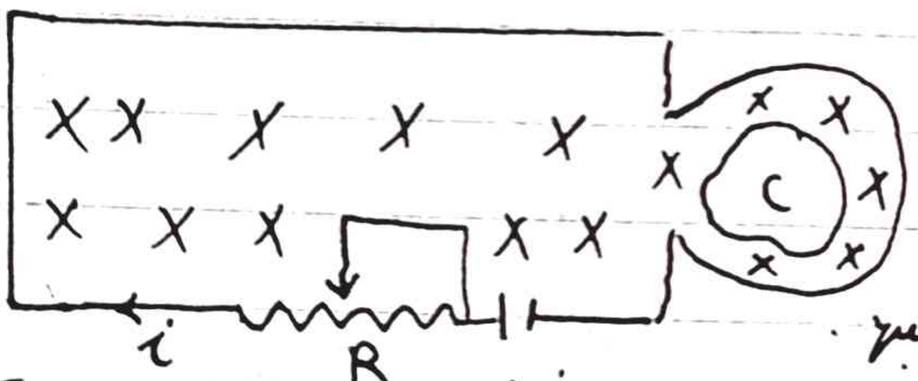


* اذا سكن المغناطيس والملف ثابتين فلا يحدث تغير في الفيض ∴ لا توجد قوة دافعة كهربائية محثة
* اذا تحرك المغناطيس نحو الملف عندئذ سيتغير الفيض المغناطيسي المخترقة للملف، التغير هنا زيادة في مقدار الفيض المخترقة للملف ∴ ستتولد قوة دافعة كهربائية ويسري خلال الملف تيار محث ستتخذ اتجاهاً يعرقل السبب الذي انتجه. السبب الذي احدث التيار المحث هو زيادة في الفيض المخترقة لذا ستتخذ التيار اتجاهاً يحدث نقص هذه الزيادة في الفيض ∴ ستتخذ التيار اتجاهاً بحيث يكون اتجاه المجال المغناطيسي الذي يولده معاكساً لاتجاه المجال المخترقة له في الاصل.



* واما اذا ابتعد المغناطيس عن الملف ستتولد قوة دافعة كهربائية نتيجة التغير في الفيض. التغير هنا هو نقصان في الفيض المخترقة
∴ ستتولد قوة دافعة كهربائية محثة وتيار محث سيتخذ اتجاهاً بحيث يولد مجال مغناطيسي محث يمنع النقصان في الفيض لذا سيكون اتجاهه بنفس اتجاه المجال المسبب له.

مثال:- دائرة كهربائية وحلقة C معدنية



التيار الكهربائي المار في الدائرة يولد مجال مغناطيسي لذا ستخترقة الحلقة C مجال مغناطيسي.

① اذا بقي التيار ثابت الشدة سيبقى الفيض المغناطيسي المخترقة للحلقة C ثابت المقدار فلا تتولد قوة دافعة كهربائية محثة

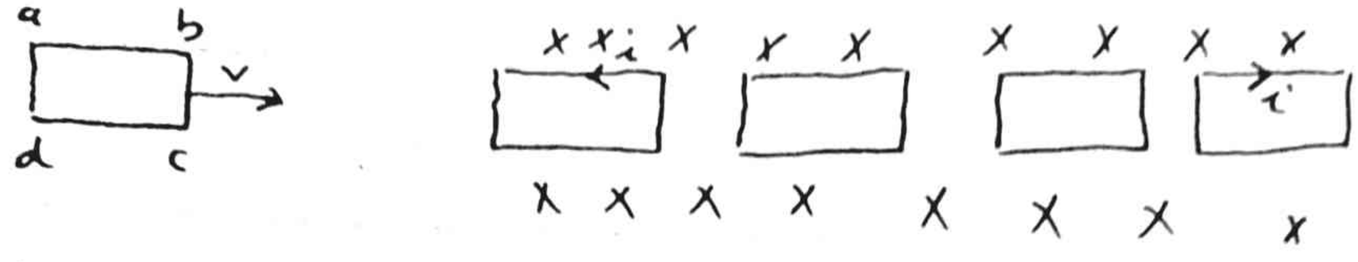
② اذا زيدت R فستقل شدة التيار الكهربائي في الدائرة، وبالتالي سيقل الفيض المخترقة للحلقة وستتولد قوة دافعة كهربائية محثة وتيار محث ستتخذ اتجاهاً بحيث يولد مجال مغناطيسي محث يعاكس النقصان في الفيض وسيكون المجال المتكون في الحلقة بنفس اتجاه المجال المسبب له.

③ اذا قلت المقاومة R زادت شدة التيار وزاد الفيض المغناطيسي المخترقة للحلقة لذا ستتولد قوة دافعة كهربائية محثة وتيار محث اتجاهه يعكس عقارب الساعة لينتج مجال يعكس اتجاه المجال المسبب له لمقاومة الزيادة.

④ في حالة قطع الدائرة ستتولد قوة دافعة كهربائية وتيار محث اتجاهه مع حركة عقارب الساعة واتجاه المجال المغناطيسي الناشئ بنفس اتجاه المجال المسبب وهو آخذ بالنزول.

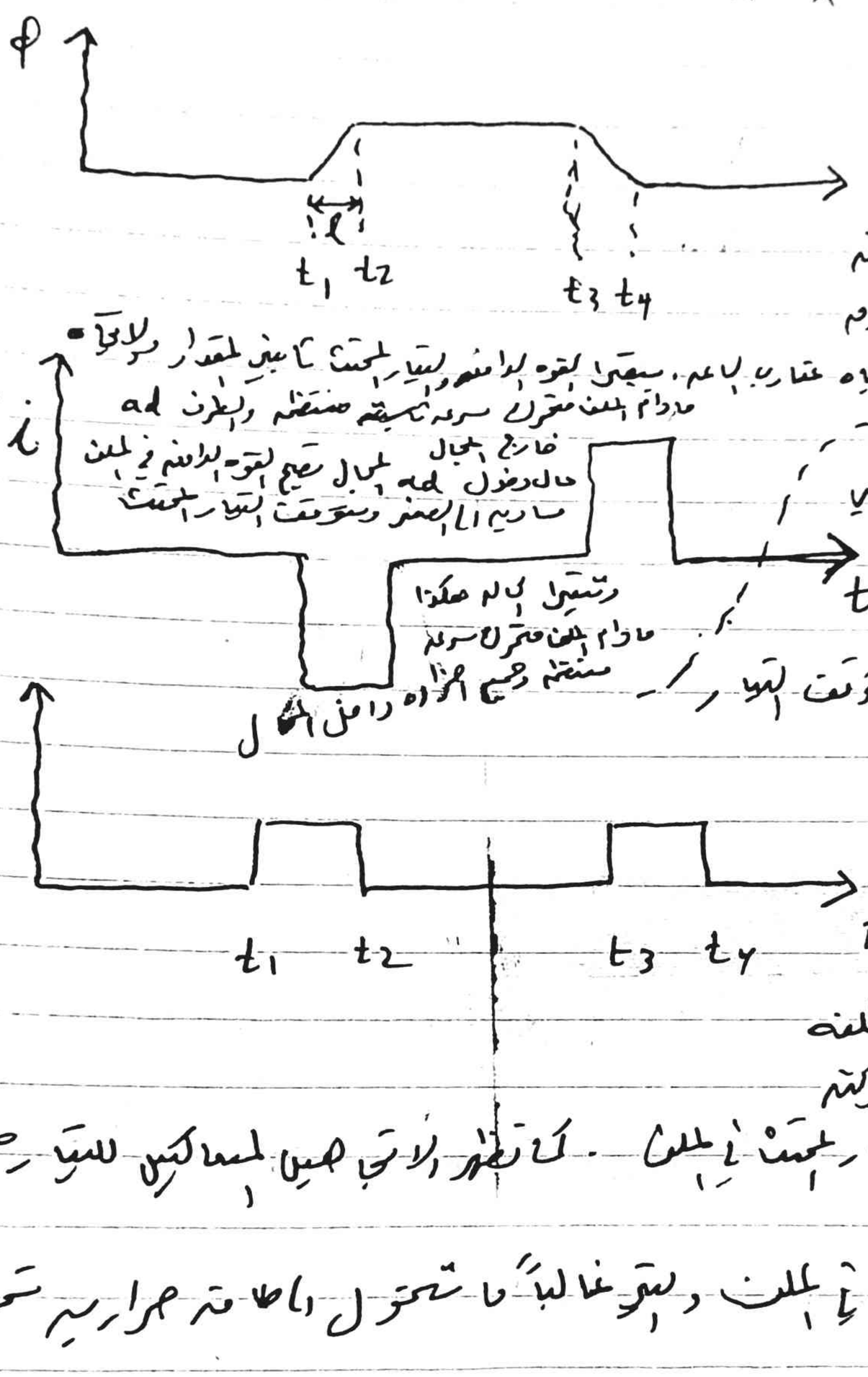
⑤ في حالة غلق الدائرة ستتولد قوة دافعة كهربائية وتيار محث اتجاهه عكس حركة عقارب الساعة واتجاه المجال المغناطيسي الناشئ عنه يعكس اتجاه المجال المسبب له.

مثال:- سبين العلاقة بين قانون فاراداي وقانون لينز وقانون حفظ الطاقة



a) طالما b(خارج المجال فلا يمر الملف قوة دافعة كهربائية محثة. حال دخول b(منطقة المجال سيزداد التدفق المخترقة وتتولد قوة دافعة كهربائية محثة وتيار محث باتجاه يعين المقاومة الزيادة في تغير التدفق. اتجاه التيار يعكس اتجاه سيقل التدفق المخترقة للملف ثابت الحظة خروج b(من منطقة المجال. يأخذ التدفق المغناطيسي بالنقصان متولد قوة دافعة كهربائية وتيار، المحث بعكس باتجاه حركة عقارب الساعة

وستمر لحين خروج ad(من المجال حينها ستوقف التيار



a) تمثل حالة الملف وهو خارج المجال

b) تمثل حالة الملف وهو داخل المجال

c) الحالة c) تمثل القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف المحث. كما تظهر الاتجاهين المتعاكسين للتيار المحث خلال الفترتين الزمنيتين المذكورتين.

d) الحالة d تمثل الطاقة الكهربائية المتولدة في الملف والتي غالباً ما تتحول الى طاقة حرارية تسخن الملف

مثال:- ملف في شكل مقاومته 40Ω عدد لفاته 200 يخترقه تدفق مغناطيسي يتغير وفق العلاقة

$$\phi = (4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

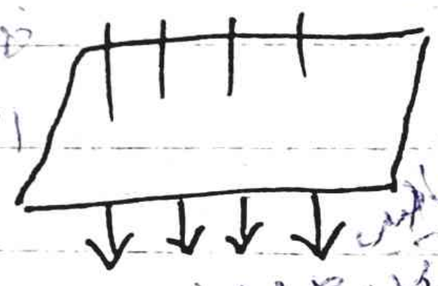
جد مقدار واتجاه التيار المحث عندما تكون $t = 0$ ، $t = 2 \text{ sec}$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = -N\frac{d}{dt}(4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3}$$

$$= -200(12t^2 + 2) \times 10^{-3} = -0.2(12t^2 + 2)$$

$$= -0.4 \text{ volt} \quad t = 0 \qquad i = \frac{-0.4}{40} = -0.01 \text{ amp}$$

$$= -10 \text{ volt} \quad t = 2 \qquad i = \frac{-10}{40} = -0.25 \text{ amp}$$



الاسلاك جميع اجزاء dal كما نفس السرعه الزاويه w ولكن سرعه الخطيه غير متساويه

نأخذ الجزء dr على بعد r من المركز.

السرعه الخطيه لهذا الجزء $v = wr$

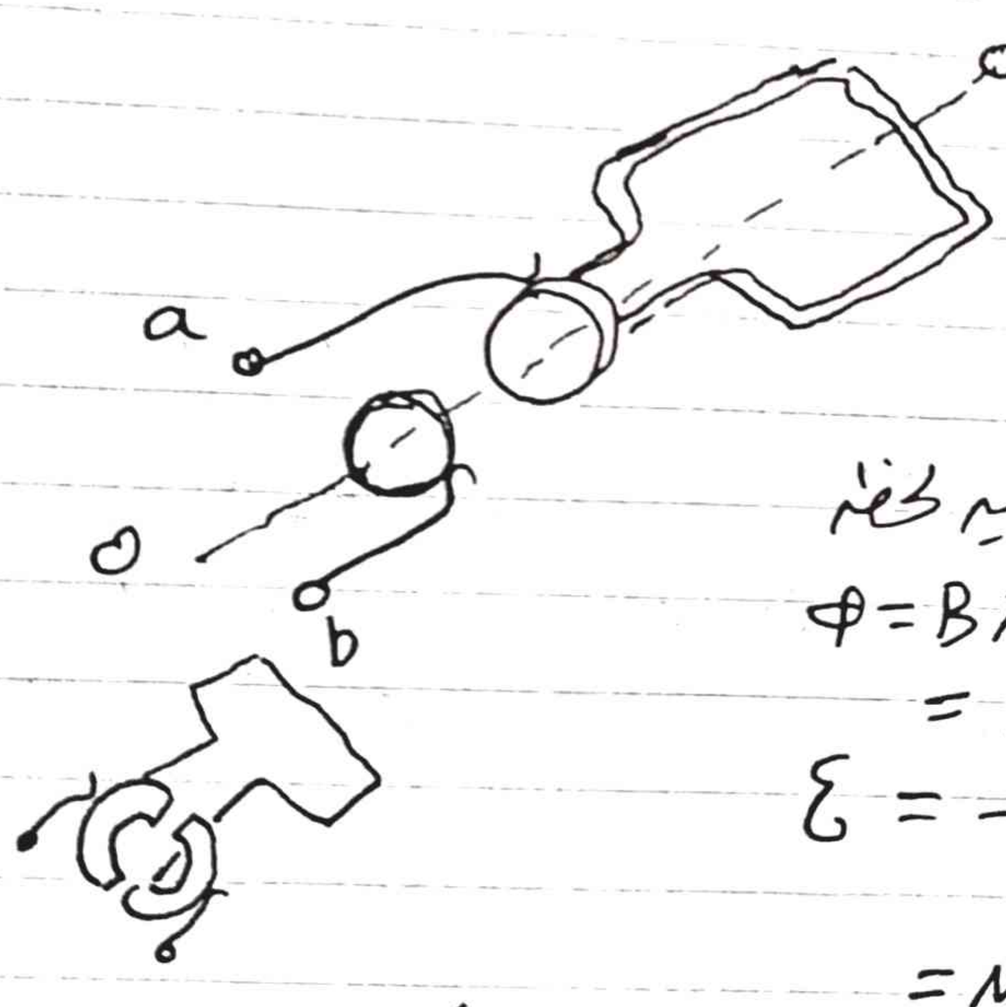
حزء القوه الدافعه الكهربائيه الناتج عن الجزء dr هو $d\varepsilon$

$$d\varepsilon = Bvdr = Bwrdr$$

$$\int d\varepsilon = Bw\int_0^R rdr \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}BwR^2$$

المولد الكهربائي

يتألف المولد من ملف من الاسلاك يدور حول المحور OO' في مجال مغناطيسي. يتصل كل طرف من طرفي الملف بحلقه S وتمس كل حلقه فرشاه ترتبط الدائره الخارجيه بالطرفين الخارجيين a, b



اذا كان الملف يتألف من N من اللفات

مساحه اللفه الواحده A

السرعه الزاويه له w

الحث المغناطيسي B

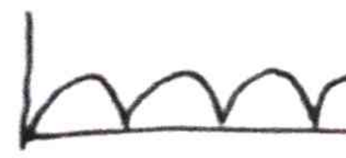
الفيض المغناطيسي المخترق الملف في اي لحظه Φ

زمنيه $\theta = wt$

$$\Phi = BA\cos\theta \qquad \theta = wt$$
$$= BA\cos wt$$
$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -N\frac{d}{dt}BA\cos wt$$
$$= NABw\sin wt$$

القوه الدافعه الكهربائيه الآنيه دالة جيبيه فالقوه الدافعه الكهربائيه الناتجه متغيره المقدار والاتجاه، خلال الدوره الواحده تتغير قيمتها من صفر الى قيمه عظمى $NABw$ ثم الى الصفر فتعاود صعودا شاذ بالمقدار وعكس الاتجاه وهكذا وتدعى القوه الدافعه الكهربائيه المتناوبه والتيار الناتج بالتيار المتناوب

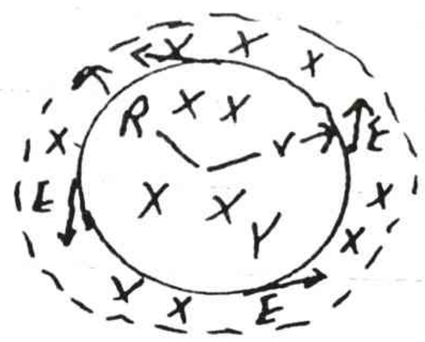
للحصول على تيار مستمر نستغني عن الحلقتين S ونستعاض عنهما بحلقه واحده مقسومه الى نصفين كما في الشكل يربط كل طرف من طرفي الملف الى واحد من النصفين ويعمل نصفا الحلقه على عكس اتجاه بين الملف والحمل الخارجي وبذلك نحصل على تيار ذو وجهه واحده.



المجال الكهربائي المحتث :-

التغير الحاصل في الحث المغناطيسي يكون مصحوباً بتولد مجال كهربائي .

الشكل يمثل حلقة دائرية نصف قطرها R والمجال المغناطيسي يؤثر بصورة عمودية على سطحها فاذا تغير الحث المغناطيسي تغير نتيجة لذلك الفيض المخترق للحلقة فتتولد قوة دافعة كهربائية محتثة وسريان لتيار كهربائي محتث .



فاذا كان التغير في الفيض المخترق هو زيادة سريان التيار المحتث بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حسب قاعدة لنز . سريان التيار خلال الحلقة معناه وجود مجال كهربائي غير مستقر يعمل كالمجال الكهربائي المتولد في موصل مربوط اطرافه بطارية .

لذا فان التغير في الفيض المغناطيسي المخترق للحلقة هو الذي احدث المجال الكهربائي هذا وجود مجال كهربائي داخل الموصل معناه وجود قوة على كل شحنة من الشحنات المكونة للتيار مقدارها Ee بسبب التناظر فان اتجاه المجال في اية نقطة من نقاط الحلقة سيكون باتجاه المماس لتلك النقطة لذا فهي خطوط دائرية متصلة وهي تختلف في طبيعتها عن خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن شحنة كهربائية حيث تبدأ من شحنة موجبة وتنتهي بشحنة سالبة

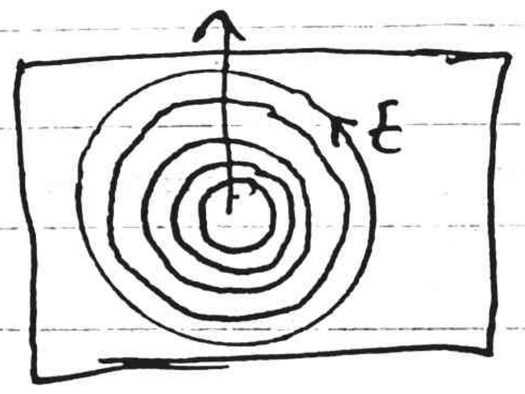
الطاقة المبذولة على الالكترون خلال دورة واحدة $Ee(2\pi r)$

اذا كانت القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الحلقة $\mathcal{E}$

$$Ee(2\pi r) = \mathcal{E}e$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$E(2\pi r) = -\frac{d\Phi}{dt}$$



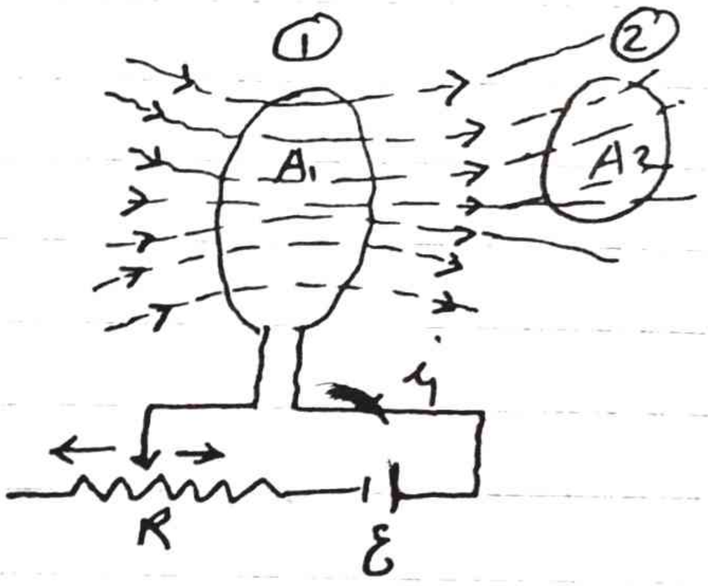
وبصورة عامة

$$\oint E \cdot dr = -\frac{d\Phi}{dt}$$

الحاثة Inductance

نعلم انه اذا تغير الفيض المغناطيسي المخترقه لموصل تولدت في ذلك الموصل قوه دافعه كهربائيه وهي تشترط وهي محدد كيفيه تغير هذا الفيض . في هذا الفصل سنهتم بالتغير الحاصل في الفيض الناتج بسبب التغير في شده التيار الكهربائي المسبب له

الحاثة المتبادل Mutual inductance



* في الشكل التيار الكهربائي المار في الدائره الاولى سيولد مجالاً مغناطيسيا وتخترقه الدائره الثانيه فيض مغناطيسي ناتج من الدائره الاولى .
* مقدار الفيض سيتوقف على عده عوامل
1- شده التيار الكهربائي المار في الملف الاول 2- مساحه الملف A_2
3- المسافه بين الملفين 4- وضع الملف A_2 بالنسبه لـ A_1 .

اي ان الفيض المخترقه للملف الثاني ستوقف على التركيب الهندسي للدائرتين .

* اذا ثبتنا كل هذه العوامل فان الفيض المخترقه الملف A_2 ستوقف مقداره على شده التيار الكهربائي المار في الدائره الاولى اي انه

$$\Phi_{21} \propto i_1$$

Φ_{21} الفيض المغناطيسي المخترقه الملف الثاني الناتج عن التيار في الدائره الاولى

$$\therefore \Phi_{21} = K i_1$$

K كميه ثابته ستوقف فيميز على العوامل السابقه ذكرها

* اذا تغير التيار تغير الحث المغناطيسي الناتج عنه وبذلك يتغير الفيض المغناطيسي المخترقه للملف A_2 فتتولد قوه دافعه كهربائيه حسب قانون فاراداي مقدارها

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} \quad -①$$

$$= -N_2 \frac{d}{dt}(Ki_1) = -N_2 K \frac{di_1}{dt}$$

حيث M كميه ثابته تساوي N_2K وتعرف بمعامل الحث المتبادل Coefficient of mutual inductance بين الدائرتين

$$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad -②$$

اذا كانت K تعتمد على التركيب الهندسي للدائرتين فان M تعتمد على ذلك ايضاً

∴ القوه الدافعه الكهربائيه المحتثه في الدائره الثانيه تعتمد دائما لمعدل تغير شده التيار في الدائره الاولى .

$$M = -\frac{\varepsilon_2}{di_1/dt}$$

وتعرف معامل الحث المتبادل بين دائرتين بانه السالبيه بين القوه الدافعه الكهربائيه المحتثه في الدائره الثانيه والمعدل الزمني لتغير شده التيار في الدائره الاولى .

$$\frac{\text{Volt}}{\text{amp/sec}} = \text{h}$$

وحداته تسمى الهنري تخليداً للعالم الفيزيائي Joseph Henry

معامل الحث المتبادل بين دائرتين يساوي المقدار واحد اذا تولدت قوه دافعه كهربائيه في احدى الدائرتين مقدارها فولت واحد نتيجه تغير سرعه التيار الكهربائي في الدائره الثانيه بمعدل امبير واحد في كل ثانيه من الحالتين (1) ، (2)

$$N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = \frac{M di_1}{dt}$$

$$\therefore N_2 d\phi_{21} = M di_1 \qquad \therefore N_2\phi_{21} = Mi_1 + C$$

كمية ثابتة يجب تعيينها فاذا كان التيار i_1 يساوي صفر فان الفيض ϕ_{21} يساوي صفر

$$\therefore N_2\phi_{21} = Mi_1$$

وعليه فان C تساوي صفر

$$\therefore M = \frac{N_2\phi_{21}}{i_1} \quad -(3) \qquad \frac{\text{W.turn}}{\text{amp}} = \frac{\text{ويبر. لفه}}{\text{امبير}}$$

ووحدات M هي

* لو شبكنا سرعه التيار في الدائره الاولى وارسلنا تيار متغير بسرعه في الدائره الثانيه لتولدت قوه دافعه كهربائيه في الملف الاول مقدارها

$$E_1 = N_1 \frac{di_2}{dt}$$

$$M = \frac{N_1\phi_{12}}{i_2} \quad -(4)$$

والفيض المغناطيسي المخترقه الملف الاول والناتج عن التيار في الملف الثاني ϕ_{12}

نجد ان المعامل M في المعادله (3) المعتمد في المعادله (4) هام التركيب الهندسي للملفين ثابت دون تغيير. للبرهنه على ذلك

نفرض ان الملف الاول الذي يسري خلاله تيار سرعته i_1 واقع خارج مجال الملف الثاني الذي يسري خلاله تيار سرعته i_2. نسمي الملف الثاني ا داخل المجال المغناطيسي للملف الاول بحيث سيكون خاضع الملف اشتاد عليه بسبب دائما صوره موازيه لخطوط خطوط المجال الاول فلا تخترقه فيض مغناطيسي ناتج من قبل الملف الاول اي ان ϕ_{21} اشتاد عليه بسبب سريان صفر دائما. وعليه فليس هناك طاقه ميكانيكيه اشتاد عليه بسبب هذه. عندما يسلط عزم خارجي مقداره ثابتا ويدور الملف بزاويه مقدارها θ فالطاقه المبذوله في عمليه التدوير

$$W_2 = -\int_{90}^{\theta} T d\theta = -\int_{90}^{\theta} N_2 i_2 A_2 B_1 \sin\theta \, d\theta$$

$$W_2 = N_2 i_2 A_2 B_1 \cos\theta = N_2 i_2 \phi_{21}$$

$$W_1 = N_1 i_1 \phi_{12}$$

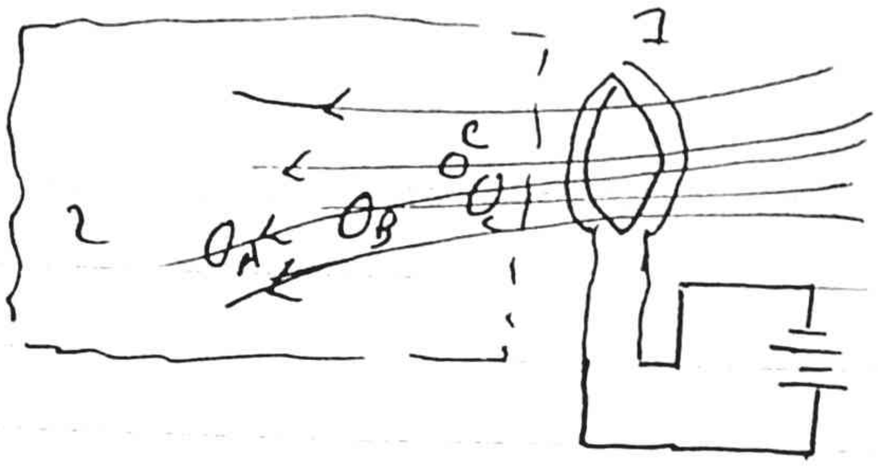
ولو شبكنا الملف الثاني وكسبنا الاول فان

وبما كان ترتيب الملفين بينما الوضعيه فلا بد ان تكون الطاقه المبذوله في الحالتين متساويه

$$W_1 = W_2 \qquad N_1 i_1 \phi_{12} = N_2 i_2 \phi_{21}$$

$$\therefore \frac{N_1\phi_{12}}{i_2} = \frac{N_2\phi_{21}}{i_1} \qquad \therefore M$$

$\therefore M$ في المعادله (4) يساوي M في المعادله (3)



مثال :- ملف اسطواني طوله $l_1=2m$ ومساحته $A=40\,cm^2$ وعدد لفاته $N=20000$ وضع في داخل وفي المنتصف ملف قصير بوضع بحيث اصبح المحور مشترك . طول الملف القصير $l_2=20cm$ ومساحته $A_2=16cm^2$ وعدد لفاته $N_2=200$ جد معامل الحث المتبادل بين الملفين والقوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف القصير اذا كان التيار في الملف الطويل يتغير بمعدل $0.8\ amp/sec$

الحل :-

الحث المغناطيسي في وسط الملف الاول (في المنطقة البعيدة عن الاطراف)

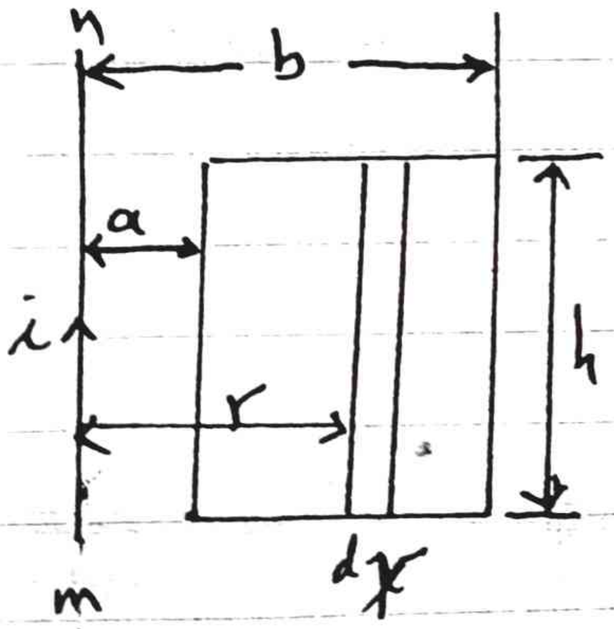
$$B=\mu_0 i_1 n=\frac{\mu_0 i_1 N_1}{l_1} \qquad \text{الفيض المخترق للملف القصير} \quad \Phi_{21}=\frac{(\mu_0 i_1 N_1)}{l_1}A_2$$

$$M=\frac{N_2\Phi_{21}}{i_1}=\frac{N_2}{i_1}\left(\frac{\mu_0 i_1 N_1 A_2}{l_1}\right)=\frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{l_1}$$

لاحظ ان معامل الحث المتبادل لا يعتمد على i_1 بل يعتمد على N_1, N_2, A_2, l_1 وهذه المقادير تعتمد على التركيب الهندسي ونوع الملف

$$\therefore M=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20000\times200\times16\times10^{-4}}{2}=128\pi\times10^{-5}=4.02\ mh$$

$$\mathcal{E}=-M\frac{di}{dt}=-(4.02\times10^{-3})\times(0.8)=3.2\times10^{-3}\ volt$$



مثال :-

في الشكل الملف والسلك الطويل mn واقعان في مستوي واحد

1- جد معامل الحث المتبادل بينهما 2- اذا كان عدد لفات الملف $N=1000$ ومقاومته $R=10\Omega$ و $h=60cm$ ، $b=50cm$ ، $a=10cm$

وكانت شدة التيار في السلك تتغير وفق العلاقة

$$i=(3t^2+2t+1)\ amp$$

جد شدة واتجاه التيار الحثي المتولد في الملف عندما $t=0$ الى $t=0.5\ sec$

الحل :-

1- الحث المغناطيسي لسلك طويل هو $B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ ∴ B غير متساوية في جميع نقاط المساحة داخل الملف منها تتناسب عكسياً مع بعد النقطة عن السلك mn اضافة لعدم ثبوت قيمة B في النقطة الواحدة بسبب تغير شدة التيار خلال السلك mn .

لايجاد الفيض المخترق للملف نقسم المستطيلات صغيره بمعلوم ارتفاع المستطيل الواحد h طول قاعدته dr . وباخذ المستطيل صغير جداً فان جميع النقاط تقاد وتكون متساويه البعد عن السلك r
لذلك فان B في جميع تلك النقاط تقاد وتكون متساويه ايضاً .
حيث الفيض المغناطيسي المخترق هذا المستطيل الصغير الذي مساحته hdr يساوي

$$d\Phi = \bar{B}\cdot\bar{dA} = B\,dA\cos\theta = B\,dA\times(1) = B(h\,dr)$$

$$d\Phi = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)(h\,dr) = \frac{\mu_0 i h}{2\pi}\times\frac{dr}{r}$$

لايجاد الفيض المخترق للملف نكامل بالحد لكل هذا المستطيل

$$\Phi_{21} = \int_a^b d\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 i h}{2\pi}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 i h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} = \frac{N_2}{i_1}\left(\frac{\mu_0 i h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\right) = \frac{N_2\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\mathcal{E} = -M\frac{di}{dt} = -\left(\frac{N_2\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\right)\frac{d}{dt}(3t^2+2t+1)$$

$$= -\left(\frac{N_2\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\right)(6t+2)$$

$$= -\frac{1000\times 4\pi\times 10^{-7}\times 0.6\times 1.6}{2\pi}(6t+2) = -192\times10^{-6}(6t+2)$$

وكما هو واضح فان $M = 192\times10^{-6}\,h$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$i_2 = \frac{192\times10^{-6}}{10}(0+2) = 38.4\times10^{-6} = 38.4\,\mu A \qquad t=0 \text{ sec}$$

$$i_2 = \frac{192\times10^{-6}}{10}(6*0.5+2) = 96\,\mu A \qquad t=0.5 \text{ sec}$$

الحث الذاتي Self Inductance

قوه دافعه كهربائيه تتولد في الموصل متى ما اخترقه فيض مغناطيسي متغير مع الزمن ولم تشترط مصدر ذلك الفيض . لو اخذنا ملف من ماده موصله وجعلنا تيار كهربائي يمر خلاله فان ذلك التيار يحاول مغنطيسياً وبالتالي فيضاً مغناطيسياً مخترقاً للملف نفسه . اذا تغير التيار الكهربائي الجاري في الملف تغير نتيجه ذلك الفيض المغناطيسي المخترقه له فتتولد في الملف قوه دافعه كهربائيه تعيق التيار الاصلي حسب قاعده لنز . والفيض المغناطيسي المخترقه للملف يتوقف على حاصل المقطع وعدد اللفات وعلى شكل الملف كما يتوقف على شده التيار الكهربائي المار خلال الملف نفسه اي ان

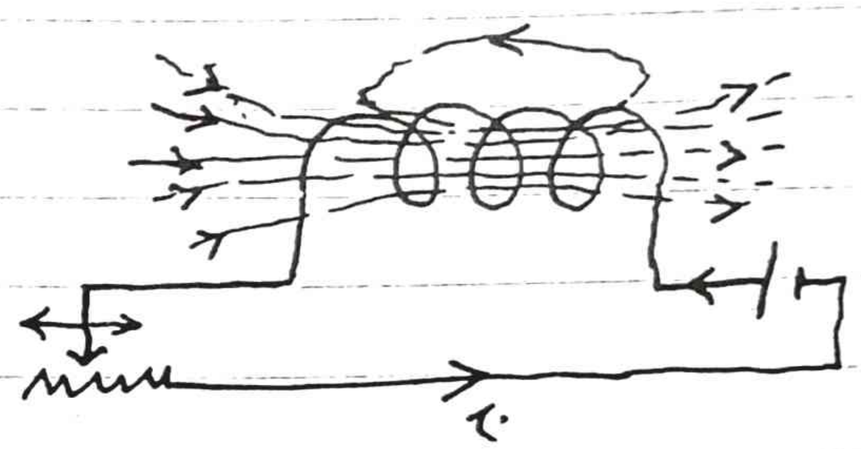
$$\Phi = K' i$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{---(1)}$$

K' ستوقف مقدارها على التركيب الهندسي للملف

$$= -N \frac{d}{dt}(K' i) = -K' N \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt} \quad \text{---(2)}$$



L معامل الحث الذاتي للملف Coefficient of self inductance

وحدات L هي نفس وحدات M

معامل الحث الذاتي لملف هو عدد وحدات الفيض المغناطيسي التي تقطع ملف واحد اذا تولدت فيه قوه دافعه كهربائيه مقدارها واحد نتيجه تغير شده التيار الكهربائي المار خلاله بمعدل امبير واحد في كل ثانيه .

من (1) و (2)

$$N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$N d\Phi = L di \quad \therefore N\Phi = Li + C \quad \therefore C = 0 \quad \Phi = 0 \quad i = 0$$

$$\therefore N\Phi = Li$$

$$\therefore L = \frac{N\Phi}{i} \qquad \frac{\text{ويبر . لفه}}{\text{امبير}} = \frac{\text{w . turn}}{\text{amp}}$$

مثال :-

حدد معامل الحث الذاتي لملف اسطواني طوله ℓ وعدد لفاته N ومساحه مقطعه A .

الحل :- اذا مر خلال الملف تيار كهربائي شدته i تتولد في الملف مجال مغناطيسي .

الحث المغناطيسي B داخل الملف هو

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r i N}{\ell}$$

الحث الذاتي Self Inductance

قوه دافعه كهربائيه تتولد في الموصل متى ما اخترقه فيض مغناطيسي يتغير مع الزمن ولم تشر ولحذر مصدر ذلك الفيض . لو اخذنا ملف من ماده موصله وجعلنا تيار كهربائي يمر خلاله فان ذلك التيار يحدث مجالاً مغناطيسياً وبالتالي فيضاً مغناطيسياً مخترقاً للملف نفسه . اذا تغيرت شده التيار الكهربائي المار في الملف تغير نتيجه ذلك الفيض المغناطيسي المخترقه له فتتولد في الملف قوه دافعه كهربائيه يعين اتجاهها حسب قاعده لنز . والفيض المغناطيسي المخترقه للملف يتوقف على حاصل المقطع وعدد اللفات وعلى شكل الملف كما يتوقف على شده التيار الكهربائي المار خلال الملف نفسه اي ان

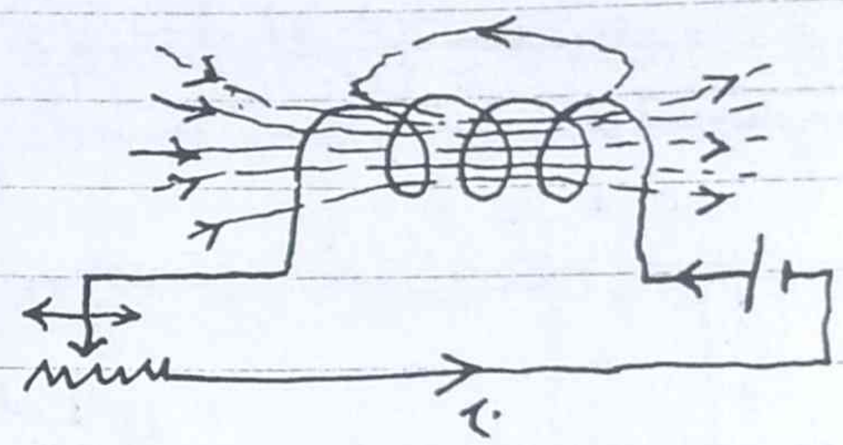
$$\Phi = K' i$$

K' تتوقف مقدارها على التركيب الهندسي للملف

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad -(1)$$

$$= -N \frac{d}{dt}(K' i) = -K' N \frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt} \quad -(2)$$



معامل الحث الذاتي للملف L Coefficient of self inductance

وحدات L هي نفس وحدات M

معامل الحث الذاتي لموصل لصنع واحد اذا تولدت فيه قوه دافعه كهربائيه محتثه مقدارها فولت واحد نتيجه تغير شده التيار الكهربائي المار خلاله بمعدل امبير واحد في كل ثانيه ، حيث Φ و (2)

$$N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$N d\Phi = L di \quad \therefore N\Phi = Li + C \quad \therefore C = 0 \quad \Phi = 0 \quad i = 0$$

$$\therefore N\Phi = Li$$

$$\therefore L = \frac{N\Phi}{i} \qquad \frac{\text{ويبر . لفه}}{\text{امبير}} = \frac{\text{w . turn}}{\text{amp}}$$

مثال :-

جد معامل الحث الذاتي لملف اسطواني طوله ℓ وعدد لفاته N ومساحه مقطعه A .

الحل :- اذا مر خلال الملف تيار كهربائي شدته i تتولد في الملف مجال مغناطيسي ، الحث المغناطيسي B داخل الملف هو

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r i N}{\ell}$$

$$\Phi = \left(\frac{\mu_0 i N}{\ell}\right) A \qquad L = \frac{N\Phi}{i}$$

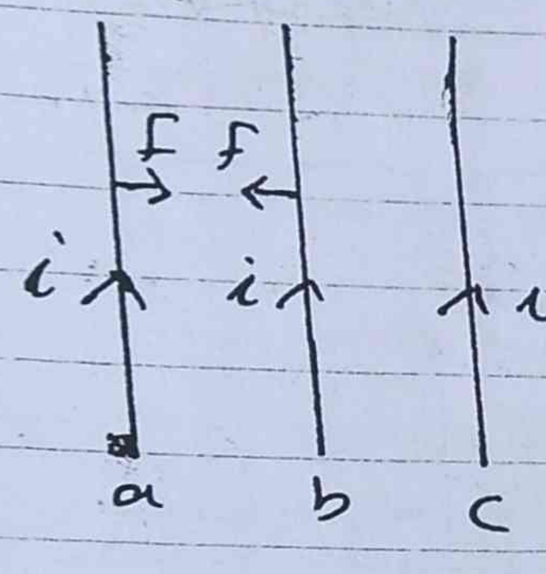
$$L = \frac{N}{i}\left(\frac{\mu_0 i N}{\ell}\right) A$$

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{\ell}$$

∴ L ستوقف على المقادير الثابتة N, A, ℓ, μ_0 أي على التركيب الهندسي لنوع الملف

الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي

في المجال الكهربائي الطاقة المخزونة في وحدة الحجم في المجال في الهواء أو الفراغ تساوي $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ كذلك الحال طاقة مغناطيسية مخزونة في المجال المغناطيسي أيضاً. والشكل التالي يوضح ذلك



لسلكين a, b المحمولين بتيار i لابد من بذل طاقة لتقريب أحدهما من الآخر بسبب قوة التجاذب المتبادلة بينهما. هذه الطاقة المبذولة تخزن في المجال المغناطيسي المحيط بالسلكين. يمكن استعادة هذه الطاقة إذا ما تركت الحرية للسلك c عندها سينجذب نحو السلك a بفعل قوة التجاذب الموجودة بينهما فيتحرك نحوه فالطاقة الحركية التي سيكتسبها يستمدها من الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي.

نفرض لدينا ملف معامل حثه L يمر خلاله تيار i سيتولد عندئذ في الملف قوة دافعة كهربائية حثية

$$\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$$

$$P = \mathcal{E} i$$

$$P = \left(-L\frac{di}{dt}\right) i = -L\left(i\frac{di}{dt}\right)$$

وهذه تمثل القدرة المزودة للملف في اللحظة التي تكون فيها شدة التيار المار خلال الملف تساوي i وهي تساوي لحاصل القدرة الآنية

$$w = \int P\,dt$$

∴ الطاقة المزودة للملف حتى تصل شدة التيار الكهربائي المار خلاله i

$$w = \int_0^I P\,dt = \int_0^I L\, i\frac{di}{dt}\,dt$$

$$w = \frac{1}{2} L I^2$$

كثافة الطاقة المغناطيسية

وهي الطاقة المغناطيسية المخزونة في وحدة الحجم من مجال مغناطيسي.
نفرض لدينا ملف اسطواني طوله ℓ ومساحة مقطعه A وعدد لفاته N وعبر خلاله تيار كهربائي شدته i

معامل الحث الذاتي لهذا الملف

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

الحث المغناطيسي داخل الملف

$$B = \mu_0 i n = \frac{\mu_0 i N}{\ell} \qquad B^2 = \frac{\mu_0^2 i^2 N^2}{\ell^2}$$

الطاقة المغناطيسية المخزونة في الملف

$$w = \frac{1}{2} L I^2$$

$$w = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}\right) I^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 A\ell \qquad \frac{A\ell}{\mu\ell}$$

$$w = \frac{1}{2\mu_0} B^2 A\ell$$

المقدار $A\ell$ يمثل حجم الملف

كثافة الطاقة المغناطيسية

$$U = \frac{w}{A\ell} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

هذه العلاقة اشتقت لملف لكنها علاقة عامة تصلح لجميع المجالات المغناطيسية

مثال:- ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في طول مقداره 20cm من ملف اسطواني مجوف طويل جداً مساحة مقطعه $30\,cm^2$ وعدد لفات المتر الواحد من طوله 2000 وعبر خلاله تيار كهربائي شدته 2amp.

$$B = \mu_0 i n$$

$$w = UV = \frac{B^2}{2\mu_0}(AL)$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 2000)^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} \times (30 \times 10^{-4} \times 20 \times 10^{-2})$$

$$= 192\,\pi \times 10^{-5}\ \text{Joule}$$

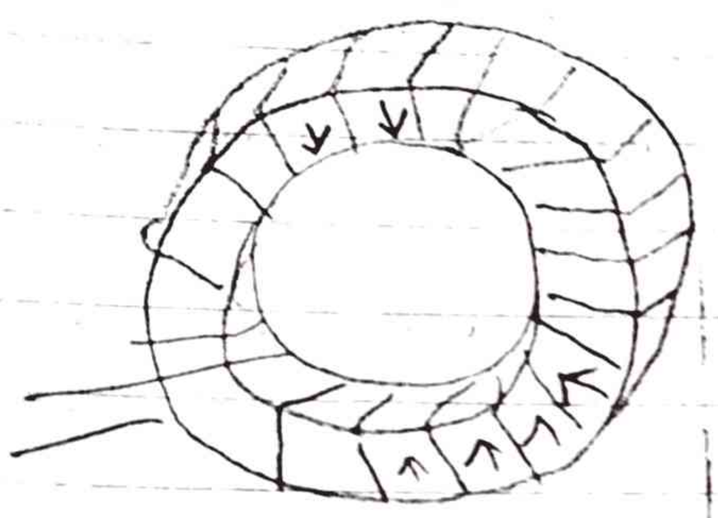
مثال:- ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في جو غرفة ابعادها (5m x 4m x 3m) في منطقة الحث المغناطيسي الارضي فيها 6×10^{-5} T

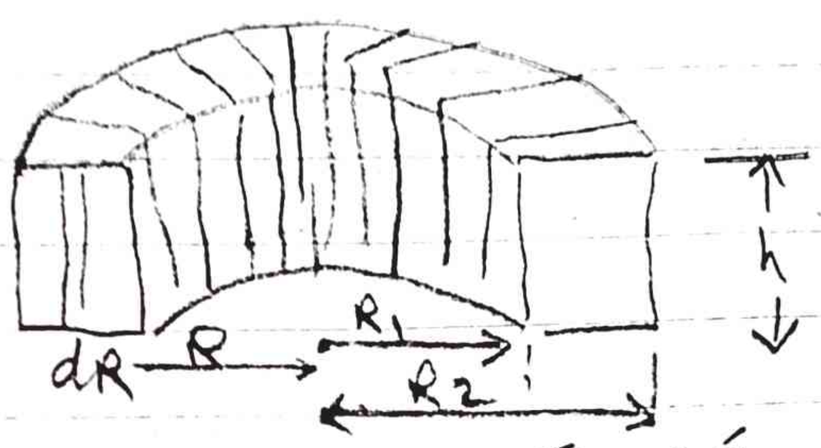
$$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

$$W = UV \qquad W = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}(5\times4\times3) = \frac{(6\times10^{-5})^2}{2\times4\pi\times10^{-7}}(5\times4\times3)$$

$$= 0.086 \text{ Joule}$$

مثال:- جد مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في المجال المغناطيسي داخل ملف حلقي مجوف مقطعه مستطيل ارتفاعه $h = 6\,cm$ ونصف قطره الداخلي $R_1 = 20\,cm$ والخارجي $R_2 = 25\,cm$ وعدد لفاته $N = 2000$ ويمر خلاله تيار كهربائي شدته $i = 8\,amp$





الشكل يمثل مقطعاً أفقياً لـ
B في نقطة داخل الملف تبعد R عن المركز
حيث ان B تتناسب عكسياً مع R

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

$$u = B^2/2\mu_0$$

∴ U غير ثابتة داخل الملف بل تتناسب عكسياً مع R

لحساب الطاقة المغناطيسية المخزونة في الملف نحسب اولاً الطاقة المخزونة بجزء من حجم الملف والشكل يمثل جزء من حجم الملف وهو حلقة نصف قطرها R وسمكها dR وارتفاعها h

$$dV = (2\pi R)(dR)h = 2\pi R h\, dR$$

لو اخذنا السمك dR صغير لمقدار، لذا يمكن اعتبار B ثابتة لمقدار ضئيل لحجم dV وكذلك اعتبار U ثابتة لمقدار لجميع نقاط الواقعة داخل هذا الحجم.

$$dW = U\,dV = \frac{1}{2}\left(\frac{B^2}{\mu_0}\right)(2\pi R h\, dR)$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 N I}{2\pi R}\right)^2 (2\pi R h\, dR$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R}$$

$$W = \frac{\mu_0 N^2 I^2 h}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$W = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times (2000)^2 (8)^2 (6\times10^{-2})}{4\pi} \ln \frac{25}{20}$$

$$= 0.3427 \text{ Joule}$$

ربط المحاثات مع بعضها

المحاثات المتقاربة ترتبط مع بعضها على التوالي وعلى التوازي كما ترتبط ربطاً مختلطاً وتمثل المحاثة بالشكل

اولاً: - ربطها على التوالي

اذا ربطت مجموعة محاثات على التوالي ورتبت بشكل بحيث لا يحدث حث متبادل بينها - بحيث تفترض اي محاثة منفصلة مغناطيسياً عن البقية بالفراغ. فعامل الحث الكلي L_T للمجموعة يساوي مجموع معاملات الحث لها.

نفترض ان التيار المار في المجموعة متغير مع الزمن فان

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di}{dt} \quad , \varepsilon_2 = -L_2 \frac{di}{dt} \quad , \varepsilon_3 = -L_3 \frac{di}{dt}$$

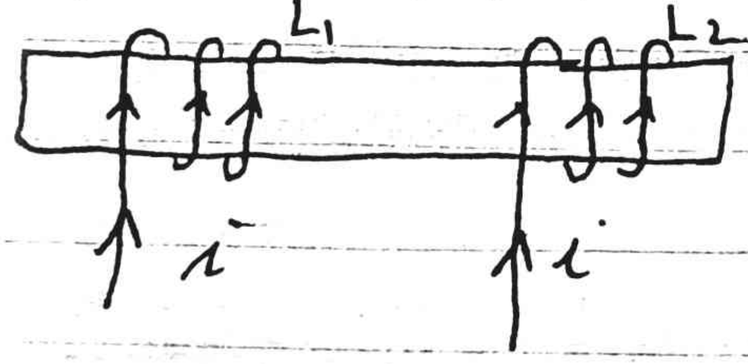
$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = -(L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L_T = L_1 + L_2 + L_3$$

وهذه العلاقة لا تصح الا اذا كان الحث المتبادل بين المحاثات معدوماً.

في الشكل الملفين مرتبطين على التوالي وبينهما حث متبادل

1- اذا كان التياران باتجاه واحد :- في هذه الحالة الملف والملف المختبر فيه من الملف الثاني سيكونان باتجاه واحد



القوة الدافعة الكهربائية المتحثة في الملف الاول

القوة الدافعة الناتجة عن الحث الذاتي والحث المتبادل باتجاه واحد

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

$$= -(L_1 + M) \frac{di}{dt}$$

والقوه الدافعه الكهربيه الحثيه في الملف الثاني هي

$$\mathcal{E}_2 = -L_2 - M\frac{di}{dt}$$
$$= -(L_2 + M)\frac{di}{dt}$$

محصله القوه الدافعه الكهربيه الحثيه الكليه $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$
$$= -(L_1 + L_2 + 2M)\frac{di}{dt} = -L_T\frac{di}{dt}$$

$$L_T = L_1 + L_2 + 2M$$

٢- عندما يكون التياران في الملفين متعاكسين

في هذه الحاله كذلك فان الفيض الذاتي للملف والفيض المشترك له الناتج عن الملف الثاني سيكونان في اتجاهين متعاكسين فالقوه الدافعه الكهربيه الناتجه عن الحث الذاتي والحث المتبادل ستكونان في اتجاهين متعاكسين

القوه الدافعه الحثيه في الملف الاول

$$\mathcal{E}_1 = -\left(L_1\frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt}\right)$$

والقوه الدافعه الحثيه في الملف الثاني هي

$$\mathcal{E}_2 = -\left(L_2\frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt}\right)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$
$$= -(L_1 + L_2 - 2M)\frac{di}{dt} = -L_T\frac{di}{dt}$$

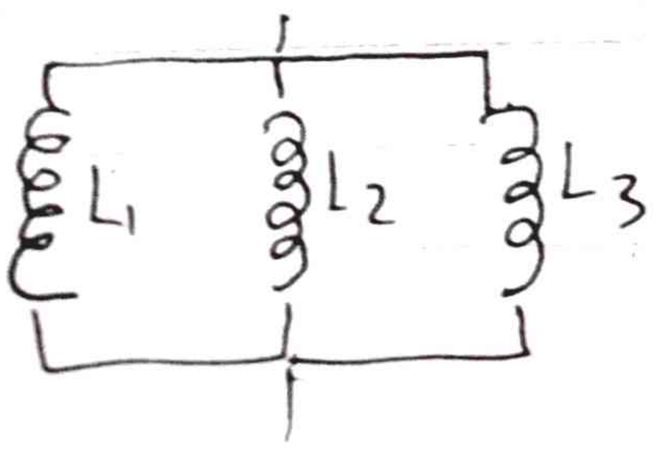
$$L_T = L_1 + L_2 - 2M$$

$$\therefore L_T = L_1 + L_2 \pm 2M$$

وهذه المعادله توضح بكل بساطه الحصول على الحاله المقترحه وتتم ذلك عادة بتثبيت الملفين المذكورين كل على حده من ملفين كما تتم معرفة الحالات الصحيحه اذا كان التيار يسري في الملفين في اتجاه واحد او في اتجاهين متعاكسين فتكون $L_1 + L_2 + 2M$ او $L_1 + L_2 - 2M$ على التوالي

الربط على التوازي

نتأثر ملفات مربوطه على التوازي ونفرض انه ليس هناك حث متبادل بين هذه الملفات اذا كان التيار في الخط الرئيسي يتغير بمعدل $\frac{di}{dt}$



$$\therefore \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} \qquad \frac{\mathcal{E}_1}{L_1} = -\frac{di_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} \qquad \frac{\mathcal{E}_2}{L_2} = -\frac{di_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_3 = -L_3 \frac{di_3}{dt} \qquad \frac{\mathcal{E}_3}{L_3} = -\frac{di_3}{dt}$$

$$\therefore \frac{\mathcal{E}_1}{L_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{L_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{L_3} = -\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}\right)$$

بما ان الملفات مربوطة على التوازي فان

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3$$

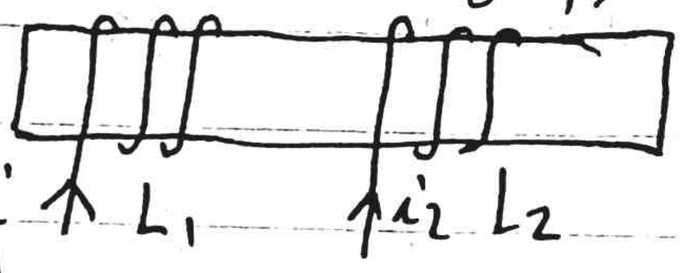
$$\therefore \mathcal{E}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right) = -\frac{di}{dt}$$

$$\mathcal{E}\left(\frac{1}{L_T}\right) = -\frac{di}{dt}$$

$$\therefore \frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

وبنفس الطريقة يمكن الاستنتاج اذا كان لدينا اكثر من ملفين مقترنين

حالة خاصة :- اذا ربط ملفين متقاربين لذاتي L_2, L_1 بحيث كان جميع الخطوط المغناطيسية الناتج عن احدهما تخترق الاخر كما مبين بالشكل حيث يلتفان حول قطعة واحدة



جميع الخطوط Φ الناتج عن الملف الاول المسبب عن التيار i_1 في الملف ستخترق الملف الثاني

$$\therefore \Phi_1 = \Phi_{12}$$

$$\Phi_2 = \Phi_{12}$$

$$M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2} \qquad M = \frac{N_1 \Phi_2}{i_2}$$

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \quad \therefore \quad M = \frac{N_2 \Phi_1}{i_1}$$

$$M \times M = \left(\frac{N_1 \Phi_2}{i_2}\right)\left(\frac{N_2 \Phi_1}{i_1}\right) \qquad M^2 = \frac{N_1 \Phi_1}{i_1} * \frac{N_2 \Phi_2}{i_2} = L_1 \cdot L_2$$

المحولة الكهربائية

تتألف المحولة الكهربائية من قلب حديدي مطاوع وملفين من الأسلاك الموصلة يعزل كل واحد ملفوف على ضلع من أضلاع القلب. يدعى أحدهما الملف الابتدائي ويتصل هذا بمصدر كهربائي متناوب ويدعى الآخر الملف الثانوي حيث يربط إلى طرفي حمل Z المراد نقل القدرة إليه. نرمز للملف الأول N_1 ولعدد لفات الملف الثاني N_2.

على اعتبار أن جميع خطوط المجال المغناطيسي التي يولدها الملف الابتدائي تمر داخل إلى قلب الحديدي فإن هذا الفيض سيخترق الملف الثانوي

والفيض الناتج عن الملف الابتدائي في أية لحظة زمنية هو

$$\Phi = \frac{\mu i A N_1}{\ell} \quad -(1)$$

حيث تمثل A مساحة مقطع القلب الحديدي و ℓ طول المسار المتوسط للفيض المغناطيسي.

القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف الثانوي تساوي فرق الجهد بين طرفيه c و d

$$V_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu i A N_1}{\ell}\right) = -\frac{\mu N_2 N_1 A}{\ell}\frac{di}{dt} \quad -(2)$$

الفيض المغناطيسي في العلاقة (1) الناتج عن التيار المار في الملف الابتدائي سيخترق الملف نفسه لذا ستتولد في الملف الابتدائي قوة دافعة كهربائية عكسية مقدارها $L_1 \frac{di}{dt}$ حيث L_1 معامل الحث الذاتي للملف الابتدائي. فإذا كانت مقاومة الملف الابتدائي R وبالتالي (iR) صغيرة فتهمل فتصبح فإن فرق الجهد بين طرفي الملف الابتدائي أو بين a و b وسنرمز له V_1

$$V_1 = -L\frac{di}{dt} \qquad L = \frac{\mu N_1^2 A}{\ell}$$

$$V_1 = -\left(\frac{\mu N_1^2 A}{\ell}\right)\frac{di}{dt} \quad -(3)$$

من (2) و (3)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

للحصول على مولفة عالية من الملف الثانوي نجعل $N_2 > N_1$ والمحولة تدعى محولة رافعة

والعكس $N_2 < N_1$ والمحولة تدعى محولة خافضة